

Definujte vektor rýchlosti a zrýchlenia

vektor rýchlosti – derivácia polohového vektora hmotného bodu podľa času

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

vektor zrýchlenia – derivácia vektora rýchlosti hmotného bodu podľa času (druhá derivácia polohového vektora podľa času)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

\vec{v} – vektor rýchlosti, $[v]=\text{m s}^{-1}$

\vec{r} – polohový vektor, $[r]=\text{m}$

\vec{a} – vektor zrýchlenia, $[a]=\text{m s}^{-2}$

t – čas, $[t]=\text{s}$

Definujte vektor uhlovej rýchlosti a zrýchlenia

uhlová rýchlosť – derivácia vektoru uhla, ktorý opíše hmotný bod pri rotačnom pohybe, podľa času

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\alpha}}{dt} \left(= \frac{d\alpha}{dt} \vec{v} \right)$$

Smer vektora uhlového zrýchlenia je orientovaný na tú stranu, z ktorej sa javí orientácia uhla α v kladnom smere otáčania.

uhlové zrýchlenie – derivácia vektoru uhlového zrýchlenia podľa času (druhá derivácia vektora uhla α podľa času)

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\alpha}}{dt^2}$$

$\vec{\alpha}$ – vektor (rovinného) uhla, $[\alpha]=\text{rad}$, príp. ho môžeme považovať za bezrozmerný

$\vec{\omega}$ – vektor uhlovej rýchlosti, $[\omega]=\text{s}^{-1}$, príp. rad s^{-1}

$\vec{\varepsilon}$ – vektor uhlového zrýchlenia, $[\varepsilon]=\text{s}^{-2}$, príp. rad s^{-2}

Vyjadrite rýchlosť a zrýchlenie pre všeobecný prípad pohybu hmotného bodu po kružnici

Pre rýchlosť platí

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Pre zrýchlenie platí

$$\vec{a}_r = -\omega^2 r \vec{\rho} \quad \vec{a}_p = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}$$

\vec{v} – vektor rýchlosti, $[v]=\text{m s}^{-1}$

ω – hodnota uhlovej rýchlosti, $[\omega]=\text{s}^{-1}$

r – hodnota polomeru kružnice, $[r]=\text{m}$

\vec{a}_r – vektor radiálnej zložky zrýchlenia, $[a_r]=\text{m s}^{-2}$

\vec{a}_p – vektor priečnej zložky zrýchlenia, $[a_p]=\text{m s}^{-2}$

$\vec{\varepsilon}$ – vektor uhlového zrýchlenia, $[\varepsilon]=\text{s}^{-2}$

\vec{r} – polohový vektor hmotného bodu, $[r]=\text{m}$

Sformulujte Newtonove pohybové zákony

1. Newtonov zákon – Sústavy, ktoré sú vzájomne v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe nazývame inerciálne. Telesá v takýchto sústavách zostávajú v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe pokiaľ nie sú nútené pôsobením iných telies tento stav zmeniť.

2. Newtonov zákon – Zákon sily. Sila je priamo úmerná hmotnosti telesa a zrýchleniu, ktoré tomuto telesu udáva

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

3. Newtonov zákon – Zákon akcie a reakcie. Každá sila (akcia) \vec{F}_{12} vyvoláva rovnako veľkú reakciu \vec{F}_{21} , ale opačného smeru

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

\vec{F} – vektor sily, $[F]=\text{N}$ (Newton)

m – hmotnosť, $[m]=\text{kg}$

\vec{a} – vektor zrýchlenia, $[a]=\text{m s}^{-2}$

Definujte prácu sily, definujte kinetickú energiu. Vyjadrite výkon sily

Práca sily –

$$A = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Kinetická energia –

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

Výkon sily –

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

A – mechanická práca, $[A]=\text{J}$ (Joule)

\vec{F} – vektor sily, $[F]=\text{N}$

\vec{r} – polohový vektor, $[r]=\text{m}$

E_k – kinetická energia posuvného pohybu, $[E_k]=\text{J}$

P – výkon sily, $[P]=\text{W}$ (Watt)

v – hodnota rýchlosti posuvného pohybu, $[v]=\text{m s}^{-1}$

m – hmotnosť, $[m]=\text{kg}$

Napište pohybové rovnice pre sústavu hmotných bodov (prvá a druhá impulzová veta)

Prvá impulzová veta – Suma všetkých vonkajších síl pôsobiacich na sústavu hmotných bodov je rovná časovej derivácii celkovej hybnosti sústavy

$$\vec{F} = \frac{d\vec{H}}{dt}$$

Druhá impulzová veta – Suma momentov všetkých vonkajších síl pôsobiacich na sústavu hmotných bodov je rovná časovej derivácii celkového momentu hybnosti sústavy

$$\vec{D} = \frac{d\vec{G}}{dt}$$

\vec{F} – suma všetkých vonkajších síl, $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$, $[F]=\text{N}$

\vec{H} – celková hybnosť sústavy, $\vec{H} = \sum_i \vec{H}_i$, $[H]=\text{kg m s}^{-1}$

\vec{D} – suma momentov všetkých vonkajších síl, $\vec{D} = \sum_i \vec{D}_i$, $[D]=\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$

\vec{G} – celkový moment hybnosti sústavy, $\vec{G} = \sum_i \vec{G}_i$, $[G]=\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$

Napište pohybovú rovnicu pre pohyb v neinerciálnych sústavách

$$m\vec{a}' = m\vec{a} - m\vec{a}_0 - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}' - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') - m\vec{\epsilon} \times \vec{r}'$$

$m\vec{a}$ – skutočná sila, ktorá uviedla hmotný bod do pohybu

$-2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$ – Coriolisova sila

$-m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$ – odstredivá sila

m – hmotnosť, $[m]=\text{kg}$

\vec{a} – zrýchlenie odpovedajúce reálnej sile \vec{F} , $[a]=\text{m s}^{-2}$

\vec{a}' – zrýchlenie ktoré nameria pozorovateľ v pohyblivej neinerciálnej sústave, $[a']=\text{m s}^{-2}$

\vec{a}_0 – zrýchlenie pohyblivej neinerciálnej sústavy voči inerciálnej, $[a_0]=\text{m s}^{-2}$

$\vec{\omega}$ – uhlová rýchlosť otáčania neinerciálnej sústavy, $[\omega]=\text{s}^{-1}$

$\vec{\varepsilon}$ – uhlové zrýchlenie neinerciálnej sústavy, $[\varepsilon]=\text{s}^{-2}$

\vec{r}' – polohový vektor hmotného bodu v neinerciálnej sústave, $[r]=\text{m}$

Definujte moment zotrvačnosti. Napíšte Steinerovu vetu pre moment zotrvačnosti

Moment zotrvačnosti pre sústavu hmotných bodov –

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

Moment zotrvačnosti pre teleso zo spojitě rozloženou hmotou –

$$I = \int_M r^2 dm$$

I – moment zotrvačnosti vzhľadom na os rotácie, $[I]=\text{kg m}^2$

m_i – hmotnosť hmotného bodu, $[m]=\text{kg}$

r_i – kolmá vzdialenosť hmotného bodu od osi rotácie, $[r_i]=\text{m}$

M – celková hmotnosť telesa, $[M]=\text{kg}$

r – kolmá vzdialenosť hmotného elementu od osi rotácie, $[r]=\text{m}$

dm – hmotný element, $[dm]=\text{kg}$

Napíšte pohybovú rovnicu pre otáčanie tuhého telesa okolo pevnej osi účinkom vonkajších momentov

$$\vec{D} = \vec{D}_{\text{os}} + \vec{D}_{\text{odst}} = J\vec{\varepsilon} + \omega^2\vec{U}$$

\vec{D} – moment síl, $[D]=\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$

\vec{D}_{os} – "osová" zložka momentu síl, $[D_{\text{os}}]=\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$

\vec{D}_{odst} – moment odstredivých síl, $[D_{\text{odst}}]=\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$

J – moment zotrvačnosti, $[J]=\text{kg m}^2$

$\vec{\omega}$ – uhlová rýchlosť, $[\omega]=\text{s}^{-1}$

$\vec{\varepsilon}$ – uhlové zrýchlenie, $[\varepsilon]=\text{s}^{-2}$

\vec{U} – deviačný moment, $[U]=\text{kg m}^2$

Vyjadrite vzťah intenzity a potenciálu gravitačného poľa. Vyjadrite princíp superpozície pre gravitačné pole

Pre potenciál V a vektor intenzity \vec{E} vo všeobecnosti platia vzťahy

$$\vec{E} = -\text{grad } V \quad V = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_1} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Princíp superpozície pre gravitačné pole: výsledný vektor intenzity gravitačného poľa v danom bode prislúchajúci gravitačnému poľu sústavy hmotných bodov, resp. telies je daný vektorovým súčtom intenzít gravitačných poľí jednotlivých hmotných bodov, resp. telies tejto sústavy v danom bode

$$\vec{E}_c = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$