REFERENČNÁ PRÍRUČKA K APLIKÁCII

DERIVO 1.0

Ing. Michal Kohút

ÚVOD

Problematika opcií je v súčasnosti asi najrýchlejšie sa rozvíjajúcou vetvou finančných nástrojov. Ich využitie v podmienkach podnikateľskej praxe je závislé od stupňa rozvoja a úrovne kapitálového trhu. Vinou najmä nerozvinutého kapitálového trhu v Slovenskej republike sa využívaniu opcií venuje len niekoľko veľkých firiem a niekoľko bánk.

Opcie predstavujú vynikajúci nástroj zaistenia (hedging), prípadne špekulácie na cenu podkladového aktíva. V praxi je problematické najmä určenie spravodlivej ceny opčnej prémie pre tento typ kontraktov. Priekopníkmi v tejto oblasti je dvojica Fischer Black a Myron Scholes, ktorých snaha matematicky určiť spravodlivú výšku opčnej prémie, bola korunovaná masovým rozšírením ich metodiky výpočtu. Samotná existencia exaktného matematického modelu, zapríčinila, že pri určovaní výšky opčných prémii v praxi sa nebral zreteľ len na vzťah dopytu a ponuky resp. ako základný odrazový mostík pre určenie výšky opčnej prémie sa stali rozoberané matematické modely.

Za kvalitatívne zhodnotenie metodiky možno považovať pretavenie matematických modelov do fungujúceho softvérového produktu. Pri výbere vhodného programátorského prostredia sa prihliada okrem iného na potreby užívateľa, na jednoduchosť práce a univerzálne použitie.

Témou predkladaného projektu je „Tvorba softvérového produktu pre potreby ohodnocovania európskych opcií“ s prihliadnutím na možnosť ohodnocovať aj americký typ opcií v jednoperiodickom binomickom modeli.

Cieľom práce je vytvoriť fungujúci profesionálny program, univerzálne využiteľný v akomkoľvek prostredí, na báze Microsoft Windows, ktorý by spracovával všetky základné modely ohodnocovania európskych opcií na rôzne podkladové aktíva (akcie, cudzie meny, dlhopisy, futurity), vykonával analýzu citlivosti a sprostredkúval slovnú interpretáciu vybraných ukazovateľov popísaných v teoretickej časti.
Ďalší cieľ je zvýšiť vypovedaciu schopnosť dosiahnutých výsledkov o riešené vzorové príklady, za účelom zlepšiť úroveň projektu o didaktický rozmer, priblížiť problematiku študentom, manažérom a finančníkom z praxe, jednoduchosťou a efektívnosťou presvedčiť, že možnosť využívať opcie ako finančný nástroj, nie je určená len pre „úzku skupinu špecialistov.“

1. ZÁKLADY OPČNEJ TEÓRIE A MODELY OHODNOCOVANIA EURÓPSKYCH OPCIÍ

1.1. Opcie a ich typy

Opcia predstavuje právo (ale nie povinnosť) kúpiť alebo predať určité podkladové aktívum (napr. akciu alebo obligáciu) v dohodnutom termíne a za vopred dohodnutú cenu. Kupujúci (držiteľ, majiteľ, investor opcie) platí predávajúcemu (vypisovateľovi) prémiu, a tým zároveň získava právo kedykoľvek odstúpiť od kontraktu. Na strane predávajúceho je povinnosť plnenia, keď o to požiada kupujúci.

V opčnej terminológii je kupujúci kontraktu vždy v *dlhej pozícii (long)* a *predávajúci v krátkej pozícii* (short).

Dlhá pozícia označuje kvázi výhodnejšiu pozíciu kupujúceho a *krátka pozícia* označuje relatívne menej výhodnú pozíciu predávajúceho. Tento „handicap" sa vyrovnáva zaplatením opčnej prémie kupujúcim predávajúcemu.

Opcie môžu byť štandardizované, t.j. obchoduje sa s nimi priamo na burze, alebo neštandardizované, s ktorými sa obchoduje na OTC trhoch.

Rozlišujú sa dva základné typy opcií:

1. kúpna opcia (call option),
2. predajná opcia (put option).

Kúpna opcia predstavuje právo kupujúceho (majiteľa, držiteľa, investora), nie však povinnosť, kúpiť v budúcom termíne podkladové aktívum za vopred dohodnutú cenu. Kupujúci môže získať podkladové aktívum, pokiaľ sa rozhodne opciu realizovať. Predávajúci je zaviazaný mu vyhovieť, ak o to požiada. Odmenou predávajúceho za túto povinnosť je opčná prémia, ktorú inkasuje od kupujúceho pri uzavretí kontraktu. Z uvedeného vyplýva, že kupujúci aj predávajúci sú subjekty s opačnými očakávaniami.

Predajná opcia predstavuje právo kupujúceho, nie však povinnosť, predať v budúcom termíne podkladové aktívum za vopred dohodnutú cenu. Cenou opcie je opčná prémia, ktorú platí kupujúci kontraktu predávajúcemu. Kupujúci týmto získava možnosť predať podkladové aktívum, pokiaľ sa situácia na trhu bude vyvíjať podľa jeho očakávaní. Ak bude opačný trend, opciu nechá vypršať.

Podľa spôsobu uplatnenia opčného práva sa opcie delia na:

- *americké opcie*, ktoré sa môžu uplatniť kupujúcim kedykoľvek od lehoty ich platnosti, až do okamihu vypršania ich platnosti (expirácie),
- *európske opcie*, ktoré sa môžu uplatniť len v čase expirácie opcie.

1.2. Opčná prémia a faktory, ktoré ju ovplyvňujú

Cenou opcie, ako už bolo povedané, je opčná prémia, ktorú platí kupujúci predávajúcemu. Je to zároveň garancia pre kupujúceho, že môže od kontraktu kedykoľvek odstúpiť. Obaja partneri majú záujem, aby výška opčnej prémie bola spravodlivá a neposkytovala väčšiu výhodu predávajúcemu alebo kupujúcemu. Hovoríme o tzv. fair value (spravodlivej cene).

Výška opčnej prémie, by mala kopírovať postavenie oboch partnerov v kontrakte. Zároveň je však pod vplyvom ponuky a dopytu po danom kontrakte. Dalo by sa povedať, že opčná prémia sa skladá z dvoch častí- **vnútornej a časovej hodnoty opcie.**

Vnútorná hodnota opcie informuje o zisku, ktorý by sa dosiahol, keby sa opčné právo realizovalo už dnes. Opcia bude mať vnútornú hodnotu vtedy, keď je možné túto transakciu vykonať s kladným výsledkom. Z uvedeného vyplýva, že výška vnútornej hodnoty opcie bude determinovaná vzájomným vzťahom realizačnej ceny a spotovej ceny podkladového aktíva.
Kúpna opcia má vnútornú hodnotu, ak spotová cena podkladového aktíva (K) je vyššia ako realizačná cena (R_C) t.j. ($K>R_C$), čo znamená, že opcia je „v peniazoch“, a teda s najväčšou pravdepodobnosťou bude zo strany kupujúceho realizovaná. V prípade, že spotová a realizačná cena je približne rovnaká ($K=R_C$), kúpna opcia má nulovú vnútornú hodnotu, t.j. opcia je „na peniazoch“. Ak je spotová cena nižšia ako realizačná cena ($K<R_C$), opcia nemá vnútornú hodnotu, je „mimo peňazí“. Za predpokladu, že sa stav nezmení, opcia nebude realizovaná.

Predajná opcia, naopak, bude mať vnútornú hodnotu a bude „v peniazoch“, ak spotová cena je nižšia ako realizačná cena ($K<R_C$), a teda pri nezmenených okolnostiach, táto opcia bude s najväčšou pravdepodobnosťou realizovaná. Ak predajná opcia je „na peniazoch“ ($K=R_C$), rozhodujúcim faktorom jej realizovania bude ďalší vývoj ceny podkladového aktíva na spotovom trhu. V poslednom prípade, pri opcii „mimo peňazí“ ($K>R_C$), pokiaľ sa vývoj kurzu podkladového aktíva nezačne pohybovať smerom nadol, opcia nebude realizovaná.

Čím bude opcia viac „v peniazoch“, tým vyššia bude jej vnútorná hodnota, čo sa výrazne odrazí aj vo výške opčnej prémie (kúpna aj predajná opcia).

Časová hodnota opcie je hodnota, ktorú je kupujúci ochotný zaplatiť za svoje očakávanie, že v zostávajúcej dobe životnosti opcie sa kurz podkladového aktíva vyvinie v jeho prospech[1]. Časová hodnota opcie postupne klesá s blížiacim sa termínom expirácie kontraktu, a v deň expirácie má nulovú hodnotu preto, lebo už je nepravdepodobné, že by sa cena podkladového aktíva výrazne odchýlila v prospech kupujúceho, resp. predávajúceho.

Počas celej doby životnosti opcie je **vnútorná a časová hodnota**, a tým i opčná prémia pod vplyvom determinujúcich faktorov. Jedná sa o nasledovné faktory:

1. **Vzťah medzi realizačnou cenou opcie, spotovým kurzom podkladového aktíva a opčnou prémiou.**

Vnútorná hodnota opcie veľmi citlivo reaguje na to, či je opcia „v peniazoch“ alebo „mimo peňazí“, jedná sa o tzv. pákový efekt. Pokiaľ bude cena podkladového aktíva rásť, spôsobí to nadproporcionálny rast (pokles) ceny kúpnej (predajnej) opcie. Naopak, ak bude cena podkladového aktíva na spotovom trhu klesať, prejaví sa to nadproporcionálnym poklesom (rastom) ceny kúpnej (predajnej) opcie.

Časová hodnota opcie bude tým nižšia, čím bude opcia viac „v peniazoch“, pretože s rastúcou pravdepodobnosťou zisku, bude rásť aj jej vnútorná hodnota, opcia bude stále drahšia a pre potenciálneho investora nezaujímavá.

2. **Vplyv úrokovej miery na veľkosť opčnej prémie.**

Všeobecný rast úrokových mier spôsobuje zdražovanie kúpnych (zlacňovanie predajných) opcií. Pri kúpnej opcii, kupujúci zaplatí realizačnú cenu za dodávané podkladové aktívum až v momente expirácie kontraktu (ak vôbec zaplatí), voľné prostriedky uložené do

[1] VLACHYNSKÝ, K. - MARKOVIČ, P.: Finančné inžinierstvo. *Finančný radca 1-2 2000.* Bratislava: ICP, 2000. ISSN 1335-3861

banky mu prinesú dodatočný výnos vo forme úroku, čím je kúpna opcia pre kupujúceho (investora) atraktívnejšia, a teda aj drahšia[1]. Pri predajnej opcii to platí opačne. Predávajúci, ktorý bude predávať podkladové aktívum v budúcnosti, má prostriedky viazané v podkladovom aktíve, až do doby expirácie kontraktu, výhody rastúcej úrokovej miery nedokáže využiť, je teda zjavne znevýhodnený, čo sa mu kompenzuje v cene tejto opcie. Predajná opcia teda pri rastúcej úrokovej miere bude lacnejšia.

3. Doba do splatnosti opcie a opčná prémia.

Veľmi významne pôsobí na časovú hodnotu opcie. Čím dlhšia je doba do splatnosti, tým ťažšie sa dá predpovedať kurz, ktorý dosiahne podkladové aktívum v momente expirácie kontraktu, a teda časová hodnota opcie má tendenciu rásť. Čím viac sa skracuje doba do splatnosti opcie, tým viac klesá časová hodnota opcie, pretože klesá pravdepodobnosť pohybu ceny podkladového aktíva v prospech kupujúceho, t.j. je málo pravdepodobný nárast vnútornej hodnoty opcie.

4. Volatilita kurzu podkladového aktíva a opčná prémia.

Uvedený faktor má najvyšší vplyv na časovú hodnotu opcie. Čím vyššia je predpokladaná volatilita kurzu podkladového aktíva, tým väčšiu šancu má kupujúci získať podkladové aktívum za výhodnú cenu. Enormne vysoké riziko je na strane predávajúceho. Z tohto dôvodu predávajúci prispôsobí výšku opčnej prémie očakávanej volatilite kurzov. Rozhodujúcimi informáciami budú historické kurzy. Na základe nich a ďalších premenných sa odhadne predpokladaný vývoj.

5. Vyplácanie výnosov a opčná prémia.

Ten, kto má výnos z podkladového aktíva v podobe kupónu alebo dividendy, má zjavne výhodu oproti tomu, kto kupuje podkladové aktívum v budúcnosti. Tento fakt musí byť premietnutý do ceny opcie (výšky opčnej prémie).

Vplyv týchto parametrov je podstatou analýzy citlivosti základných modelov ohodnocovania, ktorých význam a vplyv budem ďalej rozoberať.

[1] Tamtiež, s. 126-127.

1.3. Hranice opčnej prémie

Určujú základné intervaly resp. logické medze, v ktorých sa musí opčná prémia pohybovať, pričom platí, že musia byť splnené všetky tri podmienky súčasne[1]:

Pre kúpnu opciu:

1. Opčná prémia (Op) ≤ Spotová cena podkladového aktíva (K) (1)

- Právo kúpiť podkladové aktívum v budúcnosti (hodnota opčnej prémie) nemôže byť drahšie ako samotná kúpa v súčasnosti na spotovom trhu. Jedná sa o *hornú hranicu opčnej prémie.*

2.
$$Op \geq K - \frac{R_C}{(1 + i * n)} \qquad (2)$$

R_C – realizačná cena opcie,
i – úroková miera (%/100),
n – doba do splatnosti opcie v rokoch.

- Subjekt môže nadobudnúť podkladové aktívum kúpou na spotovom trhu, alebo kúpou kúpnej opcie. Prostriedky, ktoré dnes neinvestuje uloží do banky. Je zrejmé, že kúpa opcie bude pre neho výhodnejšia, resp. rovnako výhodná ako kúpa akcie na spotovom trhu. Preto aj opčná prémia musí kopírovať tento vývoj. Jedná sa o *prvú dolnú hranicu opčnej prémie.*

3. Opčná prémia (Op) ≥ 0 (3)

- Táto logická hranica vyplýva priamo z podstaty opčných kontraktov. Opčná prémia musí byť vždy kladná nanajvýš rovná nule. Jedná sa o *druhú dolnú hranicu opčnej prémie.*

Pre predajnú opciu:

Predajná opcia poskytuje jej držiteľovi možnosť predať v budúcnosti podkladové aktívum. Cenu, ktorú musí zaplatiť vypisovateľovi budú aj tu určovať tri hranice.

---

[1] Tamtiež, s.128.

1. $$Op \leq \frac{R_C}{(1+i*n)} \quad (4)$$

- Držiteľ opcie získa v čase jej splatnosti (pokiaľ ju realizuje) plnú realizačnú cenu za dodávané podkladové aktívum[1]. Keďže peňažné prostriedky podliehajú neustálemu znehodnoteniu, držiteľ nebude ochotný za túto opciu zaplatiť viac ako je súčasná hodnota realizačnej ceny opcie. Jedná sa o *hornú hranicu opčnej prémie*.

2. $$Op \geq \frac{R_C}{(1+i*n)} - K \quad (5)$$

- Investor môže kúpiť podkladové aktívum na spotovom trhu už dnes, a zároveň kúpiť predajnú opciu, alebo dnes uložiť prostriedky do banky na obdobie životnosti opcie a podkladové aktívum kúpi v termíne expirácie kontraktu (aby mohlo dôjsť k jeho plneniu). Prvá investičná príležitosť je rovnako výhodná, ak nie výhodnejšia, ako druhá príležitosť. Jedná sa o *prvú dolnú hranicu opčnej prémie.*

3. Opčná prémia (Op) ≥ 0 (6)

- Aj v prípade predajnej opcie musí byť splnená táto logické hranica. Opčná prémia musí byť kladná, resp. rovná nule. Jedná sa o *druhú dolnú hranicu opčnej prémie.*

[1] Tamtiež, s. 129.

1.4. Modely vychádzajúce z Blackovho-Scholesovho modelu ohodnocovania európskych opcií

1.4.1. Blackov-Scholesov model na akcie

Je základný model pre ohodnocovanie európskych opcií na rôzne podkladové aktíva. Patrí do skupiny v súčasnosti najlepšie prepracovaných a využívaných v praxi - komplexných rovnovážnych modelov. Cieľom podrobného skúmania nie sú len historické kurzy opčných kontraktov a im zodpovedajúcich podkladových aktív, ale aj makroekonomické veličiny (napr. referenčná úroková miera a pod.).

Blackov-Scholesov model pracuje s niekoľkými zjednodušenými predpokladmi, ktorých zohľadnenie zabezpečuje správne ohodnotenie opčného kontraktu (fair value).

- Východiskom je dokonalý kapitálový trh, t.j. najsilnejšia forma efektívnosti. V súčasnosti sa mu približuje len kapitálový trh USA.
- Neexistujú obmedzenia pre krátke predaje.
- Počas celej doby životnosti kontraktu platí nemenná bezriziková úroková miera.
- Všetci investori majú rovnaké podmienky pre získanie úveru.
- Počas životnosti opcie nie sú na podkladové aktívum vyplácané dividendy (u základného modelu), výnosy z predkupných práv ako aj ďalšie výnosy.
- Predpokladá sa neutralita investorov k riziku.
- V porovnaní s binomickým modelom (kap. 1.5.) sa očakáva kontinuálny vývoj kurzov akcií počas životnosti opcie, čím je splnený predpoklad normálneho rozdelenia.

Vzťah pre výpočet európskej kúpnej a predajnej opcie je nasledovný:

Kúpna opcia:
$$C = O_p = K * N_{d1} - R_C * e^{(-R_f * t)} * N_{d2} \qquad (7)$$

Predajná opcia:
$$P = R_C * e^{(-R_f * t)} * N_{-d2} - K * N_{-d1} \qquad (8)$$

kde:

K- spotový kurz akcie,

N_{d1}, N_{d2}- hodnoty kumulatívnej distribučnej funkcie štandardného normálneho rozdelenia,

R_C- realizačná cena kúpnej opcie,

e- eulerovo číslo = 2,718281828,

R_f- referenčná (bezriziková) úroková miera,

t- zostavajúca doba životnosti kúpnej opcie, vyjadrená v rokoch,

δ-volatilita kurzu akcie.

U kúpnej opcie, ako už bolo spomenuté, pri prvotnej analýze vzťahu (7) sa porovnáva spotová (K) a realizačná cena (R_C). Realizačná cena je naviac odúročená kontinuálnou úrokovou mierou[1]. Vnútorná hodnota opcie spočíva v kladnom rozdiele spotovej a realizačnej ceny. $K-R_C>0$ Čím vyšší je kladný rozdiel, tým viac je opcia „v peniazoch" (ITM),a teda aj hodnota opčnej prémie rastie a naopak.

U predajnej opcie (8) je naopak dôležitá opačná nerovnosť, t.j. v kladnom rozdiele realizačnej a spotovej ceny. Ak platí vzťah $R_C-K>0$, opcia je „v peniazoch" (ITM), vnútorná hodnota opčnej prémie rastie.

Pre výpočet vzťahov (7) a (8) je potrebné poznať parametre d_1 a d_2:

$$d_1 = \frac{\ln \frac{K}{R_C} + (R_f + 0{,}5 * \delta^2) * t}{\delta * \sqrt{t}} \qquad (9)$$

<u>Kúpna a predajná opcia:</u>

$$d_2 = d_1 - \delta * \sqrt{t} \qquad (10)$$

Parametre d1 a d2 je nutné transformovať do tvaru $N(d_1)$ a $N(d_2)$. Pri prevode sa štandardne využívajú tabuľky štandardného normálneho rozdelenia. Ak parametre d_1 a d_2 sú záporné, je nutné výsledok odpočítať od jednotky ($N_{(-dx)}=1-N(d_x)$). Pre spoľahlivejší výsledok za pomoci aproximačnej funkcie, je potrebné pri transformácii použiť postup z kapitoly 1.6.1.

[1]Tento fakt vyplýva aj z logických hraníc opčnej prémie viď. kap. 1.3.

1.4.2. Ohodnocovanie európskej kúpnej a predajnej opcie na akciu so zohľadnením dividendy

Závažným problémom Blackovho-Scholesovho modelu sú dividendy[1]. V podmienkach trhového hospodárstva dochádza k vyplácaniu tohto výnosu, čím je narušený jeden z predpokladov modelu. Zároveň treba pripomenúť, že dividenda predstavuje jeden z významných kritérií, podľa ktorých dochádza k trhovému ohodnocovaniu akcií s následným dopadom na ceny opcií. Od roku 1973 sa vedú neustále diskusie, ktoré viedli k modifikácii vzťahov a zapracovaniu dividend do mechanizmu prepočtov.

Východiskom pre určenie vplyvu dividend na cenu opcie bol predpoklad, že dividenda bude vyplácaná pravidelne. Do modelu vstupuje nová premenná, tzv. dividendová rendita (m), ktorá vychádza z podielu vyplácanej dividendy (D_t) a aktuálnej spotovej ceny akcie (K).

$$m = \frac{D_t}{K} \tag{11}$$

Pokiaľ bude dodržaný predpoklad pravidelnosti (kontinuálnosti) vyplácanej dividendy, potom je potrebné realizovať vo vzťahu ešte jednu korekciu:

$$m_s = \ln(1+m) \tag{12}$$

kde m_s predstavuje kontinuálnu dividendovú renditu.

Opčná prémia pre kúpnu a pre predajnú opciu sa vypočíta z nasledujúcich vzťahov:

<u>Kúpna opcia</u>:

$$C = K * e^{-m_s * t} N_{d1} - R_C * e^{(-R_f * t)} * N_{d2} \tag{13}$$

<u>Predajná opcia:</u>

$$P = R_C * e^{(-R_f * t)} * N_{-d2} - K * e^{-m_s * t} N_{-d1} \tag{14}$$

Jednotlivé vstupné premenné, sú známe zo základného Blackovho-Scholesovho modelu.

[1] VLACHYNSKÝ, K. - MARKOVIČ, P.: Finančné inžinierstvo. *Finančný radca 1-2 2000.* Bratislava: ICP, 2000. ISSN 1335-3861

Pre výpočet vzťahov (13) a (14) je ešte potrebné poznať parametre d_1 a d_2:

$$d_1 = \frac{\ln \frac{R_C}{K} + (R_f - m_s + 0{,}5 * \delta^2) * t}{\delta * \sqrt{t}} \tag{15}$$

Kúpna a predajná opcia:

$$d_2 = d_1 - \delta * \sqrt{t} \tag{16}$$

Parametre d1 a d2 je taktiež nutné transformovať do tvaru $N(d_1)$ a $N(d_2)$. Ak parametre d_1 a d_2 sú záporné, je nutné výsledok odpočítať od jednotky ($N_{(-dx)}=1-N(d_x)$). Pre spoľahlivejší výsledok za pomoci aproximačnej funkcie, je potrebné pri transformácii použiť taktiež postup z kapitoly 1.6.1.

1.4.3. Analýza základného Blackovho-Scholesovho modelu

Cenu opcie, resp. výšku opčnej prémie kúpnej, či predajnej určenú na báze základného Blackovho-Scholesovho modelu na akcie ovplyvňujú predovšetkým vstupné parametre tohto modelu, t.j.:

- spotová cena podkladového aktíva,
- realizačná cena kontraktu,
- referenčná úroková miera,
- volatilita kurzu,
- životnosť derivátového kontraktu.

Tieto budú ďalej predmetom analýzy citlivosti. Jednotlivé parametre ovplyvňujú výšku opčnej prémie (cenu opcie) rozdielne a v inej miere. V analýze je najdôležitejšie, určenie toho parametra, ktorý je schopný ovplyvniť cenu opcie v najväčšej miere a nájsť spôsob eliminácie jeho prípadného nepriaznivého vplyvu na hodnou portfólia, či investície. Prakticky sa jedná o parciálne derivácie základnej rovnice podľa určeného uvedeného parametra. Pri analýze samozrejme musí byť splnená síce značne obmedzujúca, ale nutná podmienka ceteris paribus t.j. je prípustná iba jednotková zmena jedného parametra, ostatné musia ostať konštantné.

Pri analýze citlivosti rozoznávame šesť základných ukazovateľov:

1. delta opcie,
2. gama opcie,
3. omega opcie,
4. ró opcie,
5. téta opcie,
6. vega opcie.

1. Delta opcie.

Pomocou tohto ukazovateľa je možné kvantifikovať dopad jednotkovej zmeny spotovej ceny (kurzu) podkladového aktíva na opčnú prémiu. Pritom je potrebné rozlišovať medzi kúpnou a predajnou opciou. Jedná sa o parciálnu deriváciu základnej rovnice podľa spotovej ceny. Ukazovateľ sa najčastejšie vyjadruje v percentách resp. označuje prírastok opčnej prémie v peňažných jednotkách vplyvom nárastu spotovej ceny o jednu peňažnú jednotku. Vzťah pre výpočet ukazovateľa delta pre kúpnu a predajnú opciu.:

$$Delta(C) = \frac{\Delta C}{\Delta K} = N_{d1} \qquad (17)$$

$$Delta(P) = \frac{\Delta P}{\Delta K} = N_{d1} - 1 \qquad (18)$$

Ak ukazovateľ nadobúda hodnoty blízke +/- 100% (znamienko + je kúpna opcia, znamienko – je predajná opcia) je opcia hlboko „v peniazoch“ (in the money). Pri hodnotách okolo +/- 50% hovoríme, že opcia je „na peniazoch“ (at the money). Akonáhle sa hodnoty delta blížia k 0%, potom je opcia hlboko „mimo peňazí“ (out of the money). Pravdepodobnosť, že opcia v momente expirácie bude realizovaná, stúpa so zvyšujúcim sa percentom, tak ako u kúpnej, tak i u predajnej opcie, len s opačným znamienkom.

2. Gama opcie.

Ukazovateľ kvantifikuje zmenu delta opcie pod vplyvom jednotkovej zmeny spotovej ceny podkladového aktíva. Matematicky, je druhou parciálnou deriváciou podľa spotovej ceny (kurzu). Rovnako aj pri tomto ukazovateli dokážeme určiť, aký je dopad zmeny ukazovateľa na plnenie kontraktu. Rastúca gama predznamenáva, že opcia sa v momente expirácie bude nachádzať na peniazoch. Opcie s vysokým gama predstavujú veľkú šancu pre investora, že aj pri malej zmene ceny podkladového aktíva môže dôjsť ich plneniu (opcia sa malou zmenou ceny podkladového aktíva dostane do pozície „v peniazoch"). Pre vypisovateľa je táto situácia signálom vysokej rizikovosti pozície, pretože sa musí pripraviť na dodávku predmetu obchodu. Inými slovami, gama opcie predstavuje prírastok delty opcie zmenou spotového kurzu o jednu peňažnú jednotku (p.j.). Matematické vyjadrenie tohto parametra pre kúpnu a predajnú opciu je zhodné:

$$Gama(C) = \frac{\Delta Delta(C)}{\Delta K} = \frac{N'_{d1}}{K * \delta * \sqrt{t}} \tag{19}$$

$$Gama(P) = \frac{\Delta Delta(P)}{\Delta K} = \frac{N'_{d1}}{K * \delta * \sqrt{t}} \tag{20}$$

kde N'_{d1} je hustota štandardného normálneho rozdelenia a je tabelizovaná v tabuľkách normálneho rozdelenia. Pre spoľahlivejší výsledok, je potrebné pri výpočte použiť postup z kapitoly 1.6.2.

3. Omega opcie.

Resp. elasticita opcie. Jedná sa o určenie percentuálnej zmeny ceny opcie (opčnej prémie) pod vplyvom 1% rastu ceny (kurzu) podkladového aktíva. Percentuálna zmena opčnej prémie je vždy vyššia, u kúpnej (kladná), tak i u predajnej opcie (záporná), ako 1%. Zachytáva skutočnosť, že aj malá zmena ceny podkladového aktíva spôsobí podstatnú zmenu ceny opčného kontraktu. Čím je opcia viac v peniazoch, tým sa jednopercentný rast spotovej ceny akcie odráža v cene opcie stále v menšej miere.

$$Omega(C) = \frac{\Delta C / C}{\Delta K / K} = N_{d1} * \frac{K}{C} \tag{21}$$

$$Omega(P) = \frac{\Delta P / P}{\Delta K / K} = (N_{d1} - 1) * \frac{K}{P} \tag{22}$$

4. Ró opcie.

Tento ukazovateľ hovorí o jednopercentnom náraste bezrizikovej úrokovej miery, ktorý vyvoláva rast ceny kúpnej opcie a pokles ceny predajnej opcie o x peňažných jednotiek (p.j.). Matematicky sa jedná o prvú parciálnu deriváciu základnej rovnice, podľa referenčnej úrokovej miery. Ukazovateľ je konštruovaný percentuálne, a preto pri prevode na peňažné jednotky ho treba predeliť číslom 100.

$$Ró(C) = \frac{\Delta C}{\Delta R_f} = t * R_C * e^{-R_f * t} * N_{d2} \tag{23}$$

$$Ró(P) = \frac{\Delta P}{\Delta R_f} = -t * R_C * e^{-R_f * t} * N_{-d2} \tag{24}$$

5. Téta opcie.

Ukazovateľ téta opcie vyjadruje dopad skrátenia životnosti opcie o jeden deň na výšku opčnej prémie u kúpnej opcie a predajnej opcie. K poklesu výšky opčnej prémie dochádza, u kúpnej, aj u predajnej opcie, až na jeden špecifický prípad, keď je predajná opcia v oblasti ITM a faktor téta záporný, dochádza pri skrátení životnosti opcie, k nárastu jej hodnoty. Matematicky je ukazovateľ konštruovaný ako prvá parciálna derivácia základnej funkcie podľa doby do expirácie opcie (v rokoch). Výsledok je preto nutné predeliť číslom 360 za účelom zistenia dennej zmeny vo výške opčnej prémie v p.j.

$$Téta(C) = -\frac{\Delta C}{\Delta t} = \frac{-K * N'_{d1} * \delta}{2 * \sqrt{t}} - R_C * R_f * e^{-R_f * t} * N_{d2} \tag{25}$$

$$Téta(P) = -\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-K * N'_{d1} * \delta}{2 * \sqrt{t}} - R_C * R_f * e^{-R_f * t} * N_{d2} \tag{26}$$

6. Vega (Kappa) opcie.

Ďalším dôležitým faktorom vplývajúcim na cenu opcie je zmena volatility danej akcie. Je to zrejmé z toho, že ak sa mení cena akcie, tak sa mení aj volatilita tejto akcie. Akcie s vyššou volatilitou majú aj väčšie riziko zmeny ceny, či už smerom k nárastu jej hodnoty, alebo smerom k poklesu hodnoty. Matematicky, ako je určite zrejmé, sa jedná o parciálnu deriváciu základnej rovnice podľa volatility. Výstup je rovnaký pre kúpnu, a aj predajnú opciu. Jednopercentný nárast volatility kúpnej alebo predajnej opcie znamená nárast výšky opčnej prémie o x p.j. Ukazovateľ je konštruovaný percentuálne, a preto pri prevode na peňažné jednotky ho treba predeliť číslom 100.

$$Vega(C) = -\frac{\Delta C}{\Delta \delta} = K * \sqrt{t} * N_{d1}^{'} \tag{27}$$

$$Vega(P) = -\frac{\Delta P}{\Delta \delta} = K * \sqrt{t} * N_{d1}^{'} \tag{28}$$

Najpresnejšie výsledky analýzy citlivosti sa dosiahnu tak, že výška opčnej prémie sa vypočíta zo základného Blackovho-Scholesovho vzorca, potom sa sledovaný parameter zvýši o jednu jednotku, opätovne sa vypočíta opčná prémia, a tá sa následne odčíta od výšky opčnej prémie dosiahnutej v prvom výpočte.

1.4.4 Modely ohodnocovania európskych devízových opcií

Devízové opcie, resp. opcie na menu umožňujú investorovi kúpiť (predať) určitú menu za vopred dohodnutý kurz s presne určeným budúcim termínom. Investor sa rozhoduje, či kúpi (predá) cudziu menu už dnes alebo túto operáciu odloží na neskoršie. Pokiaľ tak urobí, bude očakávať určitú výhodu z odloženej kúpy (predaja).

Ohodnocovanie opcií na menu je rovnako dôležité ako u opcií na akciu. Významný prínos v tejto oblasti zaznamenal model Garmana-Kohlhagena, ktorý vychádza z Blackovho-Scholesovho modelu. Devízový kurz v porovnaní s akciovým zahrňuje zúročenie meny vo forme nepretržitej (plynulej) rendity.

Vzťahy pre výpočet opčnej prémie kúpnej a predajnej devízovej opcie sú nasledovné:

Kúpna opcia:

$$C = D * e^{-R_a * t} N_{d1} - R_C * e^{(-R_i * t)} * N_{d2} \tag{29}$$

Predajná opcia:

$$P = R_C * e^{(-R_i * t)} * N_{-d2} - D * e^{-R_a * t} N_{-d1} \tag{30}$$

kde:

D- spotový kurz cudzej meny v momente uzavretia kontraktu,

R_i- ročná úroková miera domácej krajiny,

R_a- ročná úroková miera zahraničnej krajiny.

Ostatné vstupné premenné sú známe zo základného Blackovho-Scholesovho modelu.

Pre výpočet týchto vzťahov (29) a (30) je ešte potrebné poznať parametre d_1 a d_2:

$$d_1 = \frac{\ln \frac{D}{R_C} + (R_i - R_a + 0{,}5 * \delta^2) * t}{\delta * \sqrt{t}} \tag{31}$$

Kúpna a predajná opcia:

$$d_2 = d_1 - \delta * \sqrt{t} \tag{32}$$

kde:

δ- predpokladaná volatilita devízového kurzu

Označenia ostatných premenných sa zhodujú so základným modelom.

Parametre d1 a d2 je taktiež nutné transformovať do tvaru $N(d_1)$ a $N(d_2)$. Ak sú parametre d_1 a d_2 záporné, je nutné výsledok odpočítať od jednotky ($N_{(-dx)}=1-N(d_x)$). Pre spoľahlivejší výsledok za pomoci aproximačnej funkcie, je potrebné pri transformácii použiť taktiež postup z kapitoly 1.6.1.

Pre úplnosť treba uviesť prepočet forwardového kurzu, podľa medzinárodného Fisherového efektu. Tento výpočet vyjadruje kurz, ktorý bude platný o x mesiacov, resp. jedná sa o budúci spotový kurz, ktorý bude platný o x mesiacov. V tomto prípade slúži na porovnávanie výsledkov v rovnakom čase.

$$F_K = S_K * \frac{(1 + i_D)}{(1 + i_C)} \tag{33}$$

pričom:

F_K- forwardový kurz,

S_K- súčasný kurz,

i_D- úroková miera domácej meny,

i_C- úroková miera cudzej meny.

Za najväčší problém devízového modelu sa javí určenie volatility. Jej určenie podlieha vplyvu veľkého počtu ťažko kvantifikovateľných faktorov, ako je platobná bilancia, nezamestnanosť, politická situácia a pod. Mnohokrát sa využíva aj expertný odhad.

1.4.5. Model ohodnocovania obligácií

Dlhú dobu boli opcie na obligácie, úrokové futurity a swapy ohodnocované štandardným Blackovým-Scholesovým modelom[1]. Problémom však bola konštantná volatilita kurzov a nezohľadňovanie faktoru času pri určovaní cien týchto podkladových aktív.
Akcie sú rizikovejšie, budúci výnos je neurčitý. Táto neistota sa premieta do kurzov akcií, ktoré citlivo reagujú na akúkoľvek informáciu o podniku. Naopak u obligácií je výnos takmer istý a fixný. Rozhodujúcim kritériom je trhová úroková miera a jej vývoj. Splatenie kupónu a nominálnej hodnoty je zaručené, dokonca právne nárokovateľné. V princípe teda možno povedať, že cena obligácie nezaznamenáva až také výkyvy ako cena akcií. Trhová úroková miera je vo vzťahu k cene akcií len doplnkovým faktorom, pôsobí sprostredkovane cez trh obligácií.

Pri tvorbe modelov ohodnocovania opčných kontraktov na obligácie je potrebné rešpektovať tieto doplnkové podmienky:

- Kurz obligácie nemá náhodný priebeh, ale zohľadňuje termín jej splatnosti.
- Stabilný priebeh a konštantná volatilita sa dajú predpovedať len v prvej časti životnosti obligácie, po uplynutí určitého času a s približujúcim sa termínom splatnosti, kurz obligácie determinujú očakávania investorov a špekulácie ohľadom predpokladaného výplatného kurzu.
- Pri akciách je potrebné najskôr predikovať budúcu ziskovosť podniku a až následne sa dá určiť spravodlivá cena (fair price). Podľa výšky očakávanej ziskovosti podniku, môže kurz akcie narastať (klesať) v podstate neobmedzene. U obligácií je situácia trochu iná, keďže existuje tesná závislosť medzi trhovou úrokovou mierou a kurzom obligácií, je v podstate daná teoretická horná hranica kurzu, dosiahnuteľná pri trhovej úrokovej miere rovnej nule.
- Kurz obligácie nie je závislý od jedinej úrokovej miery. Je ovplyvňovaný tak spotovou, ako aj forwardovou úrokovou mierou, pričom rozhodujúce sú aj doby do splatnosti obligácie.
- V modeli nemožno počítať s krátkodobou bezrizikovou úrokovou mierou, pretože obligácia (napr. štátna) môže sama o sebe predstavovať zdroj bezrizikového výnosu. Aplikácia bezrizikovej úrokovej miery pri oceňovaní opcií na obligácie je sporná.

[1] VLACHYNSKÝ, K. - MARKOVIČ, P.: Finančné inžinierstvo. *Finančný radca 1-2 2000.* Bratislava: ICP, 2000. ISSN 1335-3861

Najznámejší model na ohodnocovanie opcií na obligácie je Garmanov-Kohlhagenov model, ktorý je veľmi podobný modelu na menu. Namiesto úrokovej miery pre domácu a zahraničnú krajinu pracuje s *bezrizikovou úrokovou mierou (R_f)* a *renditou obligácie (R_a)*. Model je aplikovateľný pre európske opcie s jednorazovým plnením. Na burzách sa väčšinou obchoduje s americkými opciami (u ktorých je výnos vyplácaný priebežne), čo spôsobuje určité problémy pri kvantifikácii spravodlivej ceny (fair value).

Ďalším významným nedostatkom modelu je, že abstrahuje od vplyvu časového faktora na volatilitu kurzu obligácie. Tento nedostatok je citeľný pri obligáciách s dlhou dobou do splatnosti.

Vzťahy pre výpočet opčnej prémie kúpnej a predajnej opcie na obligácie sú nasledovné:

Kúpna opcia:

$$C = K * e^{-R_a * t} N_{d1} - R_C * e^{(-R_f * t)} * N_{d2} \tag{34}$$

Predajná opcia:

$$P = R_C * e^{(-R_f * t)} * N_{-d2} - K * e^{-R_a * t} N_{-d1} \tag{35}$$

kde:

K- spotový kurz obligácie,

R_f- bezriziková úroková miera,

R_a- rendita obligácie,

t- doba do splatnosti opcie vyjadrená v rokoch.

Ostatné vstupné premenné sú taktiež známe zo základného Blackovho-Scholesovho modelu. Pre výpočet vzťahov (34) a (35) je potrebné poznať parametre d_1 a d_2:

Kúpna a predajná opcia:

$$d_1 = \frac{\ln \frac{K}{R_C} + (R_f - R_a + 0{,}5 * \delta^2) * t}{\delta * \sqrt{t}} \tag{36}$$

$$d_2 = d_1 - \delta * \sqrt{t} \tag{37}$$

Parametre d1 a d2 je taktiež nutné transformovať do tvaru $N(d_1)$ a $N(d_2)$. Ak sú parametre d_1 a d_2 záporné, je nutné výsledok odpočítať od jednotky ($N_{(-dx)}=1-N(d_x)$). Pre spoľahlivejší výsledok za pomoci aproximačnej funkcie, je potrebné pri transformácii, použiť taktiež postup z kapitoly 1.6.2.

1.4.6. Modely ohodnocovania opcií na úrokové futurity

V tomto prípade je podkladovým aktívom ďalší finančný derivát – futurita. Kúpna opcia na úrokovú futuritu bude mať vnútornú hodnotu, pokiaľ bude aktuálny kurz futurít nad realizačnou cenou opcie a samozrejme to platí aj opačne, pre predajnú opciu.

Modifikovaný Blackov-Scholesov model sa aplikuje a uplatňuje v podmienkach nemeckej termínovej burzy (DTB). Obchodovanie a zúčtovanie vzťahov medzi predávajúcim a kupujúcim kontraktu prebieha podľa rovnakých pravidiel ako u futurít, tzn. na začiatku sa neuhrádza opčná prémia (určitá odlišnosť od klasickej opcie), ale prebieha každodenné zúčtovanie rozdielov. Od pôvodnej verzie Blackovho-Scholesovho modelu sa líši tým, že vo vzťahoch chýba odúročiteľ - e^{-Rf*t}. Príčiny treba vidieť v charaktere kontraktu. Keďže nedochádza k plateniu opčnej prémie v čase uzavretia kontraktu, investorovi tým nevznikajú žiadne počiatočné kapitálové výdavky, musí však zložiť kolaterál slúžiaci na zúčtovanie každodenných diferencií, čím sa kapitálové výdavky menia na klasické prevádzkové náklady kontraktu.

Vzťah pre výpočet európskej kúpnej a predajnej opcie na futuritu je nasledovný:

Kúpna opcia:

$$C = K * N_{d1} - R_C * N_{d2} \tag{38}$$

Predajná opcia:

$$P = R_C * N_{-d2} - K * N_{-d1} \tag{39}$$

Jednotlivé vstupné premenné sú známe zo základného Blackovho-Scholesovho modelu.

Pre výpočet vzťahov (38) a (39) je samozrejme ešte potrebné, poznať parametre d_1 a d_2:

$$d_1 = \frac{\ln \frac{K}{R_C} + 0{,}5 * \delta^2 * t}{\delta * \sqrt{t}} \tag{40}$$

Kúpna a predajná opcia:

$$d_2 = d_1 - \delta * \sqrt{t} \tag{41}$$

Parametre d1 a d2 je taktiež nutné transformovať do tvaru $N(d_1)$ a $N(d_2)$ pomocou tabuliek štandardného normálneho rozdelenia. Ak sú parametre d_1 a d_2 záporné, je nutné výsledok odpočítať od jednotky ($N_{(-dx)}=1-N(d_x)$). Pre spoľahlivejší výsledok za pomoci aproximačnej funkcie, je potrebné pri transformácii použiť taktiež postup z kapitoly 1.6.1.

Black–I model je ďalšou modifikovanou verziou základného Blackovho-Scholesovho modelu, ktorý využíva kalkulácie obsahujúce ESX opciu, čo je opcia na burzový futuritný index FTSE 100 (Financial Times Stock Exchange).

Pri ESX opciách sa nevyplácajú dividendy, keďže tieto sú zahrnuté v medzimesačných bodových zmenách kurzu, ktoré sú závislé od vývoja na trhu.

Medzi kúpnou a predajnou opciou je zreteľná kúpno-predajná parita, čo znamená, že realizačná cena a volatilita kúpnej aj predajnej opcie je rovnaká, a opčnú prémiu predajnej opcie je možné odvodiť z opčnej prémie kúpnej opcie a naopak.

Vzťah pre výpočet európskej kúpnej a predajnej opcie na FTSE 100 Index je nasledovný:

Kúpna opcia:
$$C = U * N_{d1} - R_C * e^{(-R_f * t)} * N_{d2} \tag{42}$$

Predajná opcia:
$$P = R_C * e^{(-R_f * t)} * N_{-d2} - U * N_{-d1} \tag{43}$$

kde:

U- hodnota futuritného indexu FTSE,

t- zostávajúca doba do splatnosti, vyjadrená v rokoch (počet dní/365).

Ostatné vstupné premenné sú známe zo základného Blackovho-Scholesovho modelu.

Kúpna a predajná opcia:
$$d_1 = \frac{\ln \frac{U}{R_C} + 0{,}5 * \delta^2 * t}{\delta * \sqrt{t}} \tag{44}$$

$$d_2 = d_1 - \delta * \sqrt{t} \tag{45}$$

Parametre d1 a d2 je nutné transformovať do tvaru $N(d_1)$ a $N(d_2)$. Pri prevode sa štandardne využívajú tabuľky štandardného normálneho rozdelenia. Ak parametre d_1 a d_2 sú záporné, je nutné výsledok odpočítať od jednotky ($N_{(-dx)}=1-N(d_x)$). Pre spoľahlivejší výsledok za pomoci aproximačnej funkcie, je potrebné pri transformácii použiť postup z kapitoly 1.6.1.

Do vzťahov vstupuje nová premenná, a to medzimesačná bodová zmena (Q) s príslušným znamienkom. Táto zmena spolu so spotovou hodnotou futurity mesačného FTSE futuritného indexu(F) vytvárajú aktuálnu hodnotu futuritného indexu FTSE.(U) t.j. Q+F=U. Namiesto peňažných jednotiek sa vo výpočtoch používajú indexové body.

1.5. Binomický model ohodnocovania opcií

Predstavuje najznámejšiu alternatívu k Blackovmu-Scholesovmu modelu. Na rozdiel od tohto modelu, sa využíva aj pri ohodnocovaní amerických opcií. Jeho autormi sú Cox, Ross a Rubinstein. Vychádza *z princípu hodnoty opčných ekvivalentov*. Tento princíp hovorí, že – investor, ktorý si kúpi akciu na spotovom trhu, a zároveň si na jej kúpu požičia prostriedky, musí v budúcnosti dosiahnuť rovnaký výnos, ako keby si dnes kúpil opciu na tú istú akciu na derivátovom trhu.

Tento model uvažuje s nasledovnými zjednodušenými predpokladmi:

- dokonalý kapitálový trh,
- neuvažuje sa s transakčnými nákladmi a daňami,
- počas životnosti opcie sa nepočíta s vyplácaním dividend, prípadne iných výnosov z odberných práv,
- očakáva sa stabilná a nemenná bezriziková úroková miera,
- neexistuje obmedzenie pre krátky predaj,
- kurzy akcií zaznamenávajú nie plynulú, ale diskrétnu zmenu,
- investori sú rizikovo neutrálni.

Binomický model má dve základné podoby:

- *jednoperiodický*- zachytáva dva časové okamihy. Prvým je t_0 – časový okamih, ku ktorému sa realizuje ohodnocovanie opcie, t.j. určenie výšky opčnej prémie. druhý – t_1, ktorým označujeme termín expirácie opčného kontraktu.
- *viacperiodický*- pracuje s tromi a viacerými periódami počas ktorých dochádza k sledovaniu vývoja kurzu (ceny akcie) a výpočtu opčnej prémie. Zakreslením analyzovaného obdobia vzniká binomický strom. Určenie výšky opčnej prémie si vyžaduje spätný postup výpočtu, t. j. od najvzdialenejšej kúpnej (predajnej) opcie. Takto ohodnotená opcia je potom podkladom pre určenie ceny opcie predchádzajúcej periódy. Využívajú sa pritom rovnaké vzťahy ako pri jednoperiodickom modeli.

Výpočet hodnoty **kúpnej opcie** v jdenoperiodickom modeli vo východiskovom časovom okamihu (t_0) uskutočníme prostredníctvom týchto vzťahov:

$$\delta = \frac{1}{\mathrm{n}} = \frac{\mathrm{C}_1^+ - \mathrm{C}_1^-}{\mathrm{K}_1^+ - \mathrm{K}_1^-} \tag{46}$$

kde:

C_1^+- hodnota opcie v termíne jej expirácie pri raste kurzu akcie,

C_1^-- hodnota opcie v termíne jej expirácie pri poklese kurzu akcie,

K_1^+-kurz (cena) akcie v čase t_1-pri vzraste kurzu akcie,

K_1^-- kurz (cena) akcie v čase t_1 pri poklese kurzu akcie

Hodnotu C_1^+ získame tak, že odčítame realizačnú cenu kúpnej opcie (ktorá priamo nevstupuje do uvedených vzťahov) od premennej K_1^+ (C_1^+= K_1^+-Real.cena). Ak táto hodnota je záporná, čo znamená, že opcia nemá vnútornú hodnotu, za premennú C_1^+ dosadíme nulu. Analogicky, hodnotu C_1^- získame tak, že odčítame realizačnú cenu kúpnej opcie od premennej K_1^- (C_1^-= K_1^--Real.cena). Ak táto hodnota je záporná, čo znamená, že opcia nemá vnútornú hodnotu, za premennú C_1^- dosadíme nulu.

Vypočítané premenné **n** a **δ** dosadíme do výsledných vzťahov pre výpočet opčnej prémie:

$$C_0^+ = \delta * \left(K_0 - \frac{K_1^+ - n * C_1^+}{(1+R_f)^t} \right) \tag{47}$$

$$C_0^- = \delta * \left(K_0 - \frac{K_1^- - n * C_1^-}{(1+R_f)^t} \right) \tag{48}$$

kde:

C_0^+, C_0^- - výsledná hodnota opcie v čase t_0,

R_f- bezriziková úroková miera,

t- doba do expirácie opcie vyjadrená v rokoch.

Platí, že opčná prémia pri poklese kurzu sa rovná opčnej prémii pri raste kurzu. (C_0^+= C_0^-).

Výpočet hodnoty opčnej prémie pre **predajnú opciu** v jednoperiodickom modeli vo východiskovom časovom okamihu (t_0) uskutočníme prostredníctvom nasledujúcich vzťahov:

$$\delta = \frac{1}{n} = \frac{P_1^- - P_1^+}{K_1^+ - K_1^-} \tag{49}$$

kde:

P_1^-- hodnota opcie v termíne jej expirácie (t_1)pri poklese kurzu akcie,

P_1^+- hodnota opcie v termíne jej expirácie (t_1) pri raste kurzu akcie,

ostatné premenné sú zrejmé z predchádzajúceho modelu.

Hodnotu P_1^- získame tak, že odčítame realizačnú cenu kúpnej opcie od premennej K_1^- (P_1^-= Real.cena-K_1^-). Ak táto hodnota je záporná, čo znamená, že opcia nemá vnútornú hodnotu, za premennú P_1^- dosadíme nulu.

Analogicky, hodnotu P_1^+ získame tak, že odčítame realizačnú cenu kúpnej opcie (ktorá priamo nevstupuje do uvedených vzťahov) od premennej K_1^+ (P_1^+= Real.cena - K_1^+). Ak táto hodnota je záporná, čo znamená, že opcia nemá vnútornú hodnotu, za premennú P_1^+ dosadíme nulu.

Vypočítané premenné **n** a **δ** dosadíme do výsledných vzťahov pre výpočet opčnej prémie predajnej opcie:

$$P_0^+ = \delta * \left(\frac{K_1^+ + n * P_1^+}{(1+R_f)^t} - K_0 \right) \tag{50}$$

$$P_0^- = \delta * \left(\frac{K_1^- + n * P_1^-}{(1+R_f)^t} - K_0 \right) \tag{51}$$

Platí, že opčná prémia pri poklese kurzu sa rovná opčnej prémie pri raste kurzu. (P_0^+= P_0^-).

Pri porovnávaní metodiky binomického modelu a jeho alternatívy – Blackovho-Scholesovho modelu, zisťujeme, že Blackov-Scholesov model kladie dôraz na normálne rozdelenie pravdepodobnosti a počíta s plynulou zmenou kurzu. Binomický model berie do úvahy očakávané kurzy v momente expirácie kontraktu a vychádza z diskrétnej zmeny kurzu. Účinnosť jednoperiodického binomického modelu výrazne klesá pri kurzoch akcií s vysokou volatilitou. Tento problém sa rieši rozčlenením celej životnosti na taký počet periód, ktoré najlepšie postihnú aspoň najvýznamnejšie výkyvy v cenách. Toto riešia viacperiodické binomické modely. Akokoľvek, v štandardne vysvetľovaných modeloch nie sú zatiaľ sumarizované a verifikované výstupy z týchto modelov ohodnocovania.

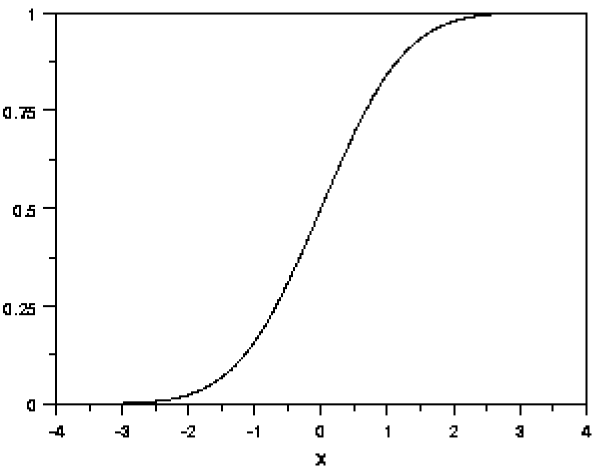
1.6. Funkcie využívané v Blackovom-Scholesovom modeli

1.6.1. Kumulatívna distribučná funkcia štandardného normálneho rozdelenia

Pre výpočty opčnej prémie v Blackovom-Scholesovom modeli resp. jeho odvodených modeloch sa používa veličina N(d1) a N(d2) ako transformovaný parameter hodnoty d1 a d2. Táto funkcia sa nazýva kumulatívna distribučná funkcia štandardného normálneho rozdelenia a má nasledovný tvar

$$N_{(x)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}} dz \qquad (52)$$

a grafické zobrazenie:



Obr. 1.6.1.: Graf kumulatívnej distribučnej funkcie normálneho rozdelenia

Tento prepočet je možné získať z tabuliek štandardného normálneho rozdelenia, no pre značnú nepresnosť tabuliek, sa výpočet môže uskutočniť za pomoci jej aproximácie[1] a to nasledovnou funkciou[2] a postupom:

[1] Táto funkcia je k dispozícii aj v MS- Excel pod označením NORMSDIST.
[2] V tomto prípade parameter d1 alebo d2 = x.

Zavedieme konštanty a1 až a5:

a1=0,31938153; a2=-0,356563782; a3=1,781477937; a4=-1,821255978;a5=1,330274429

Pomocné premenné **L** a **K,** pričom **L** je absolútna hodnota x.

L=abs(x)

K=1/(1+0,2316419*L)

Dosadenie premenných **L** a **K** do výsledného vzťahu:

$$N(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi} * e^{-L^2/2} * a1 * K + a2 * K^2 + a3 * K^3 + a4 * K^4 + a5 * K^5} \tag{53}$$

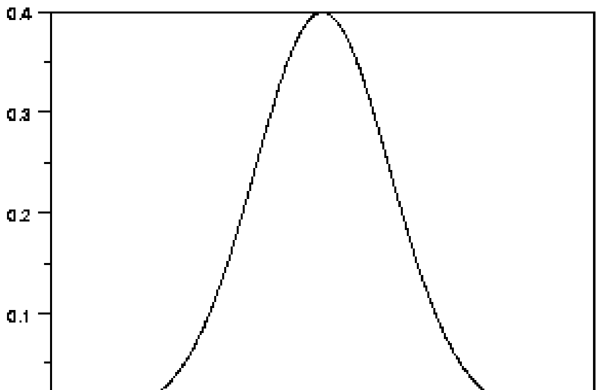
Ak parameter x je menší ako 0, výslednú hodnotu N(x) musíme odpočítať od 1, t.j., potom N(-x)= 1-N(x).

1.6.2. Hustota štandardného normálneho rozdelenia

Táto funkcia sa taktiež využíva v analýze citlivosti Blackovho-Scholesovho modelu, a to v ukazovateľoch Gama, Téta a Vega pod označením N'(d1) a N'(d2). Jedná sa o prvú deriváciu predchádzajúcej funkcie a má nasledovný tvar:

$$N'_{(x)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * e^{\frac{x^2}{2}} \tag{54}$$

a grafické zobrazenie:



Obr.1.6.2.: Grafické zobrazenie hustoty štandardného normálneho rozdelenia

Táto funkcia sa taktiež nachádza v tabuľkách štandardného normálneho rozdelenia, avšak kvôli presnejším výsledkom, je dobré použiť uvedený, nenáročný vzťah.

2. SOFTVÉROVÝ PRODUKT PRE POTREBY OHODNOCOVANIA OPCIÍ EURÓPSKEHO TYPU

2.1. Čo je to DERIVO

Derivo je jednoduchý program, ktorý pracuje so všetkými modelmi popísanými v prvej kapitole referenčnej príručky. Prácne výpočty, vykonávané ručne, DERIVO uskutoční za zlomok sekundy, v analýze citlivosti aj slovne interpretuje. DERIVO môže byť postupne dopĺňaný o nové charakteristiky ako napr. o grafickú interpretáciu výsledkov, aplikovanie ďalších modelov, lokalizáciu do cudzích jazykov, tlač, prácu so súbormi a pod.

2.2. Inštalácia programu, prvé spustenie programu DERIVO

Program DERIVO je tvorený jediným súborom, s názvom DERIVO.EXE, ktorý je reprezentovaný ikonou žltého dolára. Súbor stačí prekopírovať na hociktoré miesto na pevnom disku počítača. Pokliknutím na ikonu programu, sa program spustí.

DERIVO funguje vo všetkých novších verziách Windows (95,98,98SE,Me,2000, XP). Nemá žiadne zvýšené nároky na hardvér a svojou zanedbateľnou veľkosťou 535 KB významne šetrí diskový priestor.

2.3. Ovládanie programu

Ovládanie programu je koncipované tak, aby všetky potrebné úkony boli dostupné pomocou myši a klávesnice. Pre ľahšiu orientáciu a v prípade neistoty pri zadávaní údajov, sú do programu zabudované vysvetlivky jednotlivých políčok tzv. kontextová nápoveda. Stačí postáť myšou nad políčkom, do ktorého sa zadávajú údaje a kontextová nápoveda sa zobrazí v žltom rámčeku.

Pre tých, ktorí preferujú prácu s klávesnicou na úkor myši, je vyriešená logická postupnosť zadávania hodnôt pomocou tabulátora a podčiarknutých písmen v kľúčových slovách v duchu štandardných pravidiel práce s operačným systémom Windows.

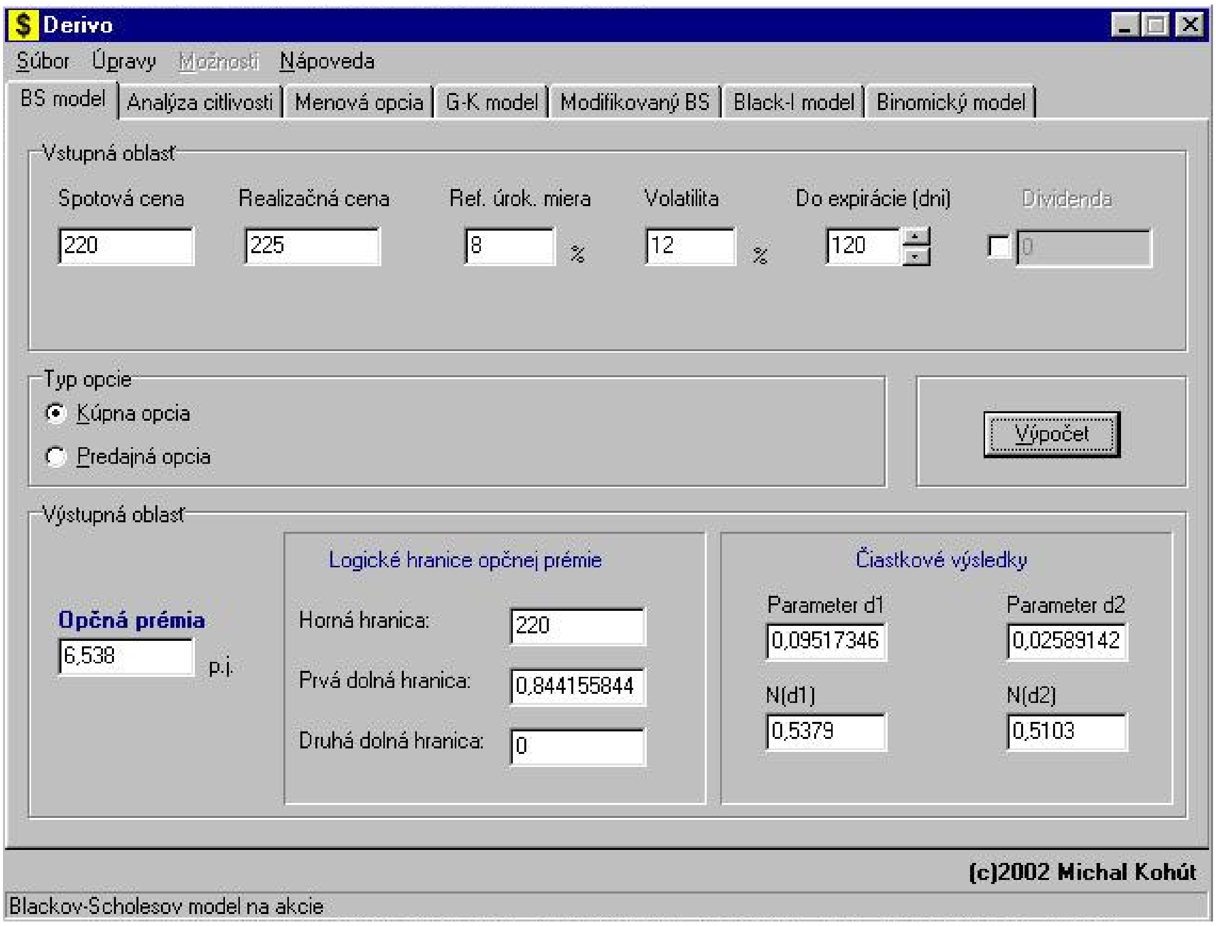
V stavovom riadku v dolnej časti aplikácie je presnejšia definícia modelu, s ktorým sa práve pracuje. Všetky údaje sa môžu kopírovať pomocou kombinácie kláves CTRL+C, a CTRL+V, resp. na kopírovanie sa môže použiť položka ponukovej lišty „Úpravy“.

Práca s programom sa ukončí kliknutím na krížik v pravom hornom rohu aplikácie, tak ako je to zvykom vo Windows, prípadne za pomoci položky „Koniec“ v ponukovej lište „Súbor“.

2.4. Funkcie programu

2.4.1. Aplikovanie základného Blackovho-Scholesovho modelu

Kliknutím myšou na záložku B-S model sa stane aktívnou záložka na výpočet výšky opčnej prémie, logických hraníc a čiastkových výsledkov podľa základného Blackovho-Scholesovho modelu, samozrejme s možnosťou výberu kúpnej alebo predajnej opcie. Na obrázku 2.1. je vidieť riešený príklad č.1.



Obr2.1.: Riešený príklad č.1.

Príklad č.1

Americká firma MCBP sa rozhodla, že chce kúpiť akcie rozvíjajúcej sa konkurenčnej firmy AMTRADE. Obáva sa, že ceny týchto akcií budú rásť v dôsledku dobrej ekonomickej situácie spoločnosti na trhu. Vzhľadom na momentálny nedostatok likvidných prostriedkov sa MCBP rozhodla pre opčný kontrakt. Aktuálny spotový kurz týchto akcií je 220 USD za jednu

akciu. Na burze sa ponúkajú európske kúpne opcie na uvedené akcie pri realizačnej cene 225 USD s termínom dodania o 120 dní. Kurz akcií zaznamenal za posledné obdobie volatilitu vo výške 12 %. Alternatívna bezriziková investícia sa dá realizovať pri 8 % p.a.
Za pomoci programu DERIVO vypočítajte logické hranice opčnej prémie a výšku opčnej prémie pre tento kontrakt, na jednu akciu. Využite Blackovu-Scholesovu metodiku!

Riešenie:
Do rámika „Vstupná oblasť" dosadíme postupne za spotovú cenu- 220, za realizačnú cenu- 225, za ref. úrokovú mieru- 8, za volatilitu- 12. Do políčka „Do expirácie"- 120. V rámiku typ opcie, označíme prepínač „Kúpna opcia" a klikneme na tlačidlo „Výpočet".
Údaje vo výstupnej oblasti sú nasledovné Logické hranice opčnej prémie sú dodržané v intervale <0,84 až 220> USD, opčná prémia po zaokrúhlení je 6,538 USD. Nachádza sa v intervale logických hodnôt. Čiastkové výsledky pre ručné prerátanie sú k dispozícii v oblasti „čiastkové výsledky ".

Pre výpočet logických hraníc opčnej prémie boli použité vzťahy (1), (2) a (3) z podkapitoly 1.3., a pre výpočet opčnej prémie vzťahy (7), (9) a (10) z podkapitoly 1.4.1. a prevodná funkcia (53) z podkapitoly 1.6.1.

Analogický výpočet sa uskutoční aj pre predajnú opciu:

Príklad č.2
Na burze sa predáva európska predajná opcia na akciu americkej spoločnosti AMTRADE. Spotová cena tejto akcie je na úrovni 215 USD za jednu akciu. Finanční analytici predpovedajú, že dôjde k poklesu ceny akcie, čo má za následok zvýšenie volatility kurzu na 17%. Opcia má realizačnú cenu 220 USD, s termínom expirácie od dnešného dňa o 2 mesiace. Referenčná úroková miera je na úrovni 7,5%.
Za pomoci programu DERIVO s využitím Blackovho-Scholesovho vzťahu vypočítajte logické hranice opčnej prémie a dnešnú teoretickú hodnotu opčnej prémie pre tento kontrakt na jednu akciu.

Riešenie:

Do rámika „Vstupná oblasť" dosadíme postupne za spotovú cenu- 215, za realizačnú cenu- 220, za ref. úrokovú mieru- 7,5%, za volatilitu-17. Do políčka „Do expirácie"- 60. V rámiku typ opcie, označíme prepínač „Predajná opcia" a klikneme na tlačidlo „Výpočet".

Údaje vo výstupnej oblasti sú nasledovné. Logické hranice opčnej prémie sú v intervale < 2,28 až 217,28> USD, opčná prémia po zaokrúhlení je 7,185 USD. Nachádza sa v intervale logických hodnôt. Čiastkové výsledky pre ručné prerátanie sú k dispozícii v oblasti „Čiastkové výsledky ".

Pre výpočet logických hraníc opčnej prémie boli použité vzťahy (4), (5) a (6) z podkapitoly 1.3., a pre výpočet opčnej prémie vzťahy (8), (9) a (10) z podkapitoly 1.4.1 a prevodná funkcia (53) z podkapitoly 1.6.1.

2.4.2. Aplikovanie modifikovaného Blackovho-Scholesovho modelu so zohľadnením dividendy

Tento modifikovaný model sa stane aktívnym, kliknutím myšou na prázdne štvorcové políčko v záložke „B-S model", ktoré aktivuje položku „Dividenda", tak ako to vidieť na obrázku 2.2. s údajmi riešeného príkladu č.3.

Príklad č.3

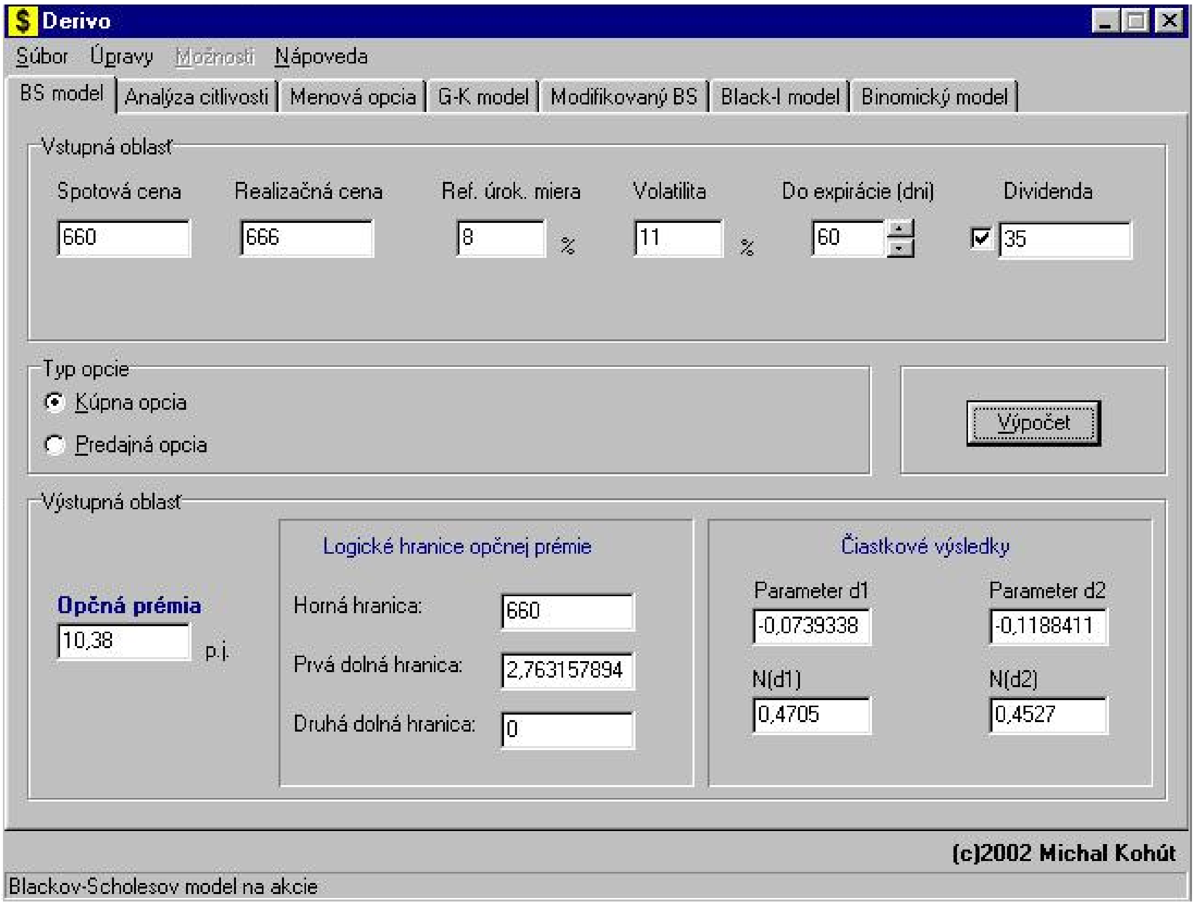
Americká firma CHEATERS sa dozvedela nekalým spôsobom, že akcie firmy MFP, kúpi ďalšia vplyvná spoločnosť. Z tohoto dôvodu očakáva rast cien akcií. Keďže ide o neoverené informácie, firma CHEATERS, sa rozhodla uskutočniť špekulatívny opčný kontrakt. Aktuálny spotový kurz akcií MFP je teraz 660 USD za jednu akciu. Na burze sa ponúkajú európske kúpne opcie na uvedené akcie pri realizačnej cene 666 USD s termínom dodania o 2 mesiace. Kurz akcií zaznamenal za posledné obdobie volatilitu vo výške 11 %. Referenčná úroková miera je 8 % p.a. Firma MFP vypláca dividendy majiteľovi akcií raz ročne a to vo výške 35 USD.

Za pomoci programu DERIVO s využitím Blackovho-Scholesovho vzťahu vypočítajte logické hranice opčnej prémie a dnešnú teoretickú hodnotu opčnej prémie pre tento kontrakt na jednu akciu!

Riešenie:

Do vkladacích políčok rámika „Vstupná oblasť" dosadíme postupne spotovú cenu- 660, za realizačnú cenu- 666, za ref. úrokovú mieru- 8, volatilitu- 11. Do políčka „Do expirácie" hodnotu 60. Kliknutím do štvorčeka sa aktivizuje nadpis „Dividenda" s príslušným vkladacím políčkom, do ktorého zapíšeme číslo 35. V rámiku „Typ opcie", označíme prepínač „Kúpna opcia" a klikneme na tlačítko „Výpočet".

Údaje vo výstupnej oblasti sú nasledovné. Logické hranice opčnej prémie sú v intervale <2,76 až 660> USD, opčná prémia po zaokrúhlení je 10,38 USD. Nachádza sa v intervale logických hodnôt. Čiastkové výsledky pre ručné prerátanie sú k dispozícii v oblasti „čiastkové výsledky", tak ako to vidieť na zmienenom obrázku 2.2.



Obr.2.2.: Riešený príklad č.3.

Pre výpočet logických hraníc opčnej prémie boli použité vzťahy (1), (2) a (3) z podkapitoly 1.3., a pre výpočet opčnej prémie vzťahy (11), (12), (13), (15) a (16) z podkapitoly 1.4.2. a prevodná funkcia (53) z podkapitoly 1.6.1.

Výpočet predajnej opcie s použitím dividendového Blackovho-Scholesovho modelu:

Príklad č.4

Nemecká firma SOFA sa chce zbaviť akcií firmy KRUZ, ktoré neprinášajú výnosy aké očakávala. Z tohoto dôvodu očakáva postupný pokles ceny akcií. Firma SOFA sa rozhodla uskutočniť opčný kontrakt. Aktuálny spotový kurz akcií KRUZ je teraz 825 EUR za jednu akciu. Na burze sa ponúkajú európske kúpne opcie na uvedené akcie pri realizačnej cene 810 EUR s termínom dodania o 4 mesiace. Kurz akcií zaznamenal za posledné obdobie volatilitu vo výške 14,5 %. Referenčná úroková miera je 6 % p.a. Firma KRUZ vypláca dividendy majiteľovi akcií raz ročne, a to vo výške 40 EUR splatných o 5 mesiacov.

Stanovte spravodlivú (modelovú) výšku a logické hranice opčnej prémie na jednu akciu tohoto kontraktu, na ktorú by mohla firma SOFA pristúpiť. Využite pritom možnosti programu DERIVO!

Riešenie:

Aj keby sa na prvý pohľad mohlo zdať, že vypísanie opčného kontraktu na 810 EUR/akcia by bolo pre firmu SOFA nevýhodné (môže predsa predať akcie na spotovom trhu po 825 EUR), do vzťahu vstupuje najmä parameter volatilita, ktorá môže znamenať náhlu zmenu ceny akcie, a vyplácaná dividenda, ktorá bude ešte vyplatená firme SOFA[1].

Do vkladacích políčok rámika „Vstupná oblasť“ dosadíme postupne spotovú cenu- 825, za realizačnú cenu- 810, za ref. úrokovú mieru- 6, volatilitu- 14,5. Do políčka „Do expirácie“ hodnotu 150. Kliknutím do štvorčeka sa aktivizuje nadpis „Dividenda“ s príslušným vkladacím políčkom, do ktorého zapíšeme číslo 40. V rámiku „Typ opcie“, označíme prepínač „Predajná opcia“ a klikneme na tlačidlo „Výpočet“.

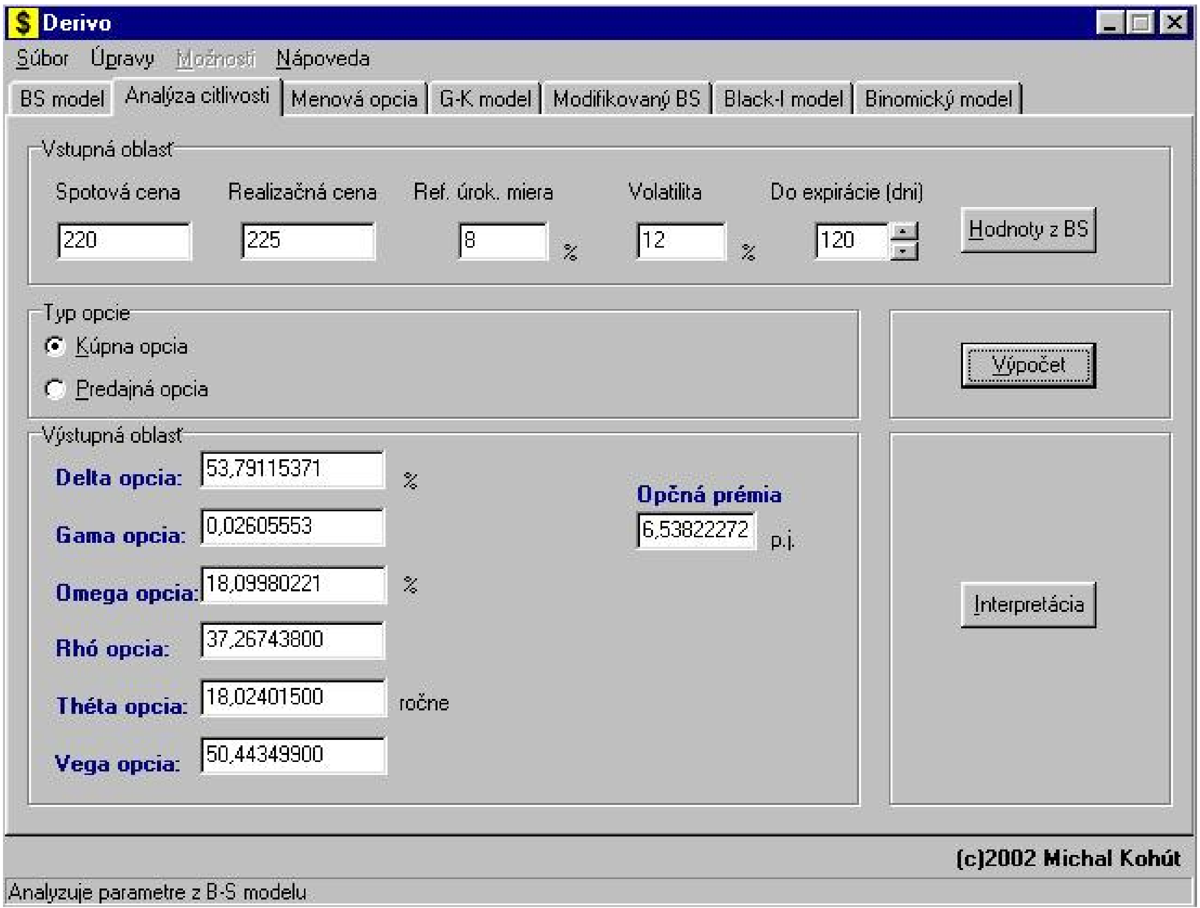
Údaje vo výstupnej oblasti sú: Logické hranice opčnej prémie sú v intervale <0 až 790,24> USD, opčná prémia po zaokrúhlení je 21,34 USD. Nachádza sa v intervale logických hodnôt. Čiastkové prepočty pre ručné prerátanie sú k dispozícii v oblasti „čiastkové výsledky“.

.Pre výpočet logických hraníc opčnej prémie boli použité vzťahy (4), (5) a (6) z podkapitoly 1.3., a pre výpočet opčnej prémie vzťahy (11), (12), (14), (15) a (16) z podkapitoly 1.4.2 a prevodná funkcia (53) z podkapitoly 1.6.1.

[1] Ľubovoľnou obmenou týchto parametrov a následným prepočítaním vidieť vývoj opčnej prémie.

2.4.3. Aplikovanie základného Blackovho-Scholesovho modelu v analýze citlivosti

Kliknutím myšou na záložku „Analýza citlivosti“ sa stane aktívnou záložka na výpočet výšky opčnej prémie, jednotlivých faktorov citlivosti (delta, gama,...atď.) základného Blackovho-Scholesovho modelu, samozrejme s možnosťou výberu kúpnej alebo predajnej opcie. K dispozícií je taktiež tlačidlo „Interpretácia“, ktoré slúži ako slovné zhodnotenie faktorov citlivosti. Na obrázku 2.3. je vidieť riešený príklad č.5.



obr. 2.3.: Riešený príklad č.5.

Príklad č.5:

Pokračovanie príkladu č.1. Americká firma MCBP sa rozhodla, že chce kúpiť akcie rozvíjajúcej sa konkurenčnej firmy AMTRADE. Obáva sa, že ceny týchto akcií budú rásť, v dôsledku dobrej ekonomickej situácie spoločnosti na trhu. Vzhľadom na momentálny nedostatok likvidných prostriedkov sa MCBP rozhodla pre opčný kontrakt. Aktuálny spotový kurz týchto akcií je 220 USD za jednu akciu. Na burze sa ponúkajú európske kúpne opcie na uvedené akcie pri realizačnej cene 225 USD s termínom dodania o 120 dní. Kurz akcií zaznamenal za posledné obdobie volatilitu vo výške 12 %. Alternatívna bezriziková investícia sa dá realizovať pri 8 % p.a.

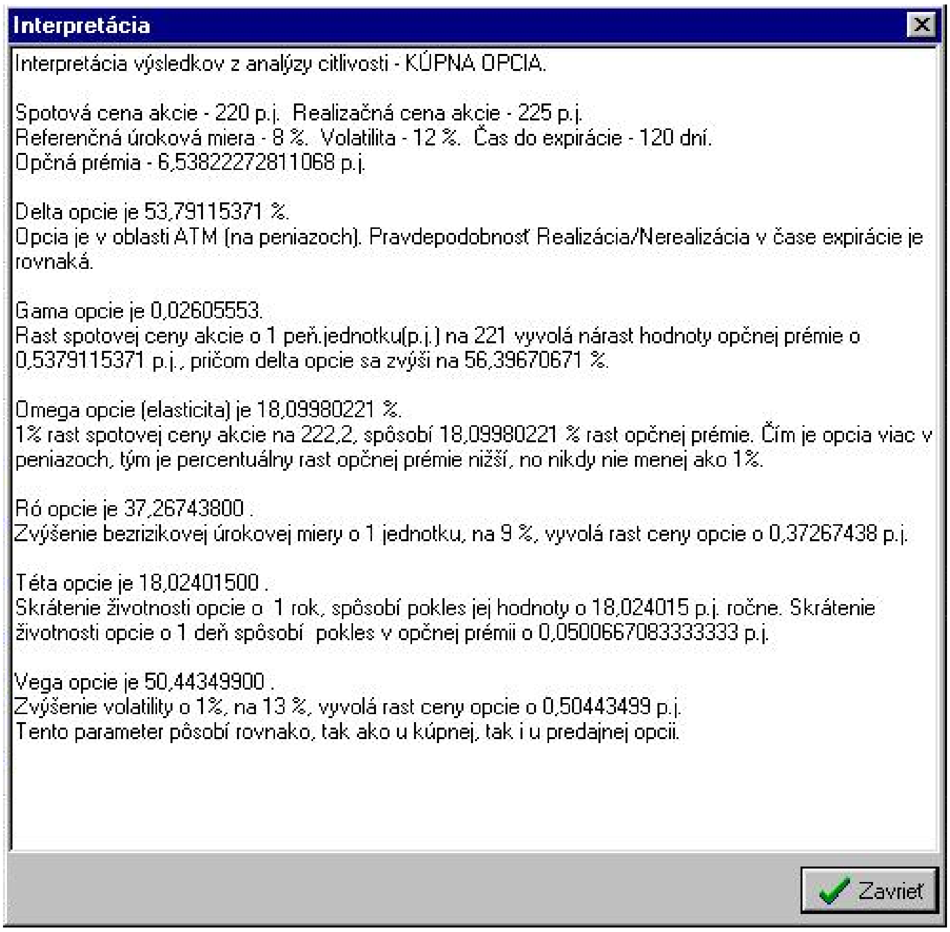
S využitím programu DERIVO uskutočnite výpočet výšky opčnej prémie európskej kúpnej opcie, ukazovateľov citlivosti a interpretujte ich!

Riešenie:

Do rámika „Vstupná oblasť" dosadíme postupne za spotovú cenu- 220, za realizačnú cenu- 225, za ref. úrokovú mieru- 8, za volatilitu-12. Do políčka „Do expirácie"- 120. V rámiku typ opcie, označíme prepínač „Kúpna opcia" a klikneme na tlačidlo „Výpočet".

Údaje vo výstupnej oblasti sú nasledovné: Opčná prémia po zaokrúhlení je 6,538 USD, delta opcie je 53,79%, gama opcie je 0,03, omega opcie je 18,1%, ró opcie je 37,27, téta opcie je 18,02, vega opcie je 50,44. Po kliknutí na tlačidlo „Interpretácia" sa v novom okne objaví interpretácia dosiahnutých výsledkov, tak ako to vidieť na obrázku 2.4.

Pre výpočet výšky opčnej prémie boli použité vzťahy (7), (9) a (10) z podkapitoly 1.4.1. a prevodná funkcia (53) z podkapitoly 1.6.1. Pre výpočet ukazovateľov citlivosti boli použité vzťahy (17), (19), (21), (23), (25) a (27) z podkapitoly 1.4.3. a prevodná funkcia (54) z podkapitoly 1.6.2.



Obr. 2.4.: Interpretácia výsledkov analýzy citlivosti z príkladu č.5.

Analýza citlivosti pre predajnú opciu:

Príklad č.6

Vstupné údaje sú z údajov z príkladu č.2. Na burze sa predáva európska predajná opcia na akciu americkej spoločnosti AMTRADE. Spotová cena tejto akcie je na úrovni 215 USD za jednu akciu. Finanční analytici predpovedajú, že dôjde k poklesu ceny akcie, čo má za následok zvýšenie volatility kurzu na 17%. Opcia ma realizačnú cenu 220 USD, s termínom expirácie od dnešného dňa o 2 mesiace. Referenčná úroková miera je na úrovni 7,5%.

Za pomoci programu DERIVO s využitím Blackovho-Scholesovho vzťahu vypočítajte logické hranice opčnej prémie a dnešnú teoretickú hodnotu opčnej prémie pre tento kontrakt na jednu akciu.

S využitím programu DERIVO uskutočnite výpočet výšky opčnej prémie európskej predajnej opcie, ukazovateľov citlivosti a interpretujte ich!

Riešenie:

Do rámika „Vstupná oblasť" dosadíme postupne za spotovú cenu- 215, za realizačnú cenu- 220, za ref. úrokovú mieru- 7,5%, za volatilitu-17. Do políčka „Do expirácie" –60. V rámiku typ opcie, označíme prepínač „Predajná opcia" a klikneme na tlačidlo „Výpočet".

Údaje vo výstupnej oblasti sú nasledovné: Opčná prémia po zaokrúhlení je 7,185 USD, delta opcie je -54,63 %, gama opcie je 0,027, omega opcie je -16,35%, ró opcie je -20,77, téta opcie je 8,38, vega opcie je 34,78. Po kliknutí na tlačidlo „Interpretácia" sa v novom okne objaví interpretácia dosiahnutých výsledkov.

Pre výpočet výšky opčnej prémie boli použité vzťahy (8), (9) a (10) z podkapitoly 1.4.1. a prevodná funkcia (53) z podkapitoly 1.6.1. Pre výpočet ukazovateľov citlivosti boli použité vzťahy (18), (20), (22), (24), (26) a (28) z podkapitoly 1.4.3. a prevodná funkcia (54) z podkapitoly 1.6.2.

V záložke je aj možnosť prevzatia vstupných dát zo základného Blackovho-Scholesovho modelu, kliknutím na tlačidlo „hodnoty z BS", ako aj samozrejme ľubovoľná obmena vstupných údajov a okamžité prirátanie.

2.4.4. Aplikovanie devízového modelu

Kliknutím myšou na záložku „Menová opcia" sa stane aktívnou záložka na výpočet výšky opčnej prémie, modelového forwardového kurzu a čiastkových výsledkov, podľa Garmanovho-Kohlhagenovho modelu, samozrejme s možnosťou výberu kúpnej alebo predajnej opcie. Na obrázku 2.5. je vidieť riešený príklad č.7.

Príklad č.7

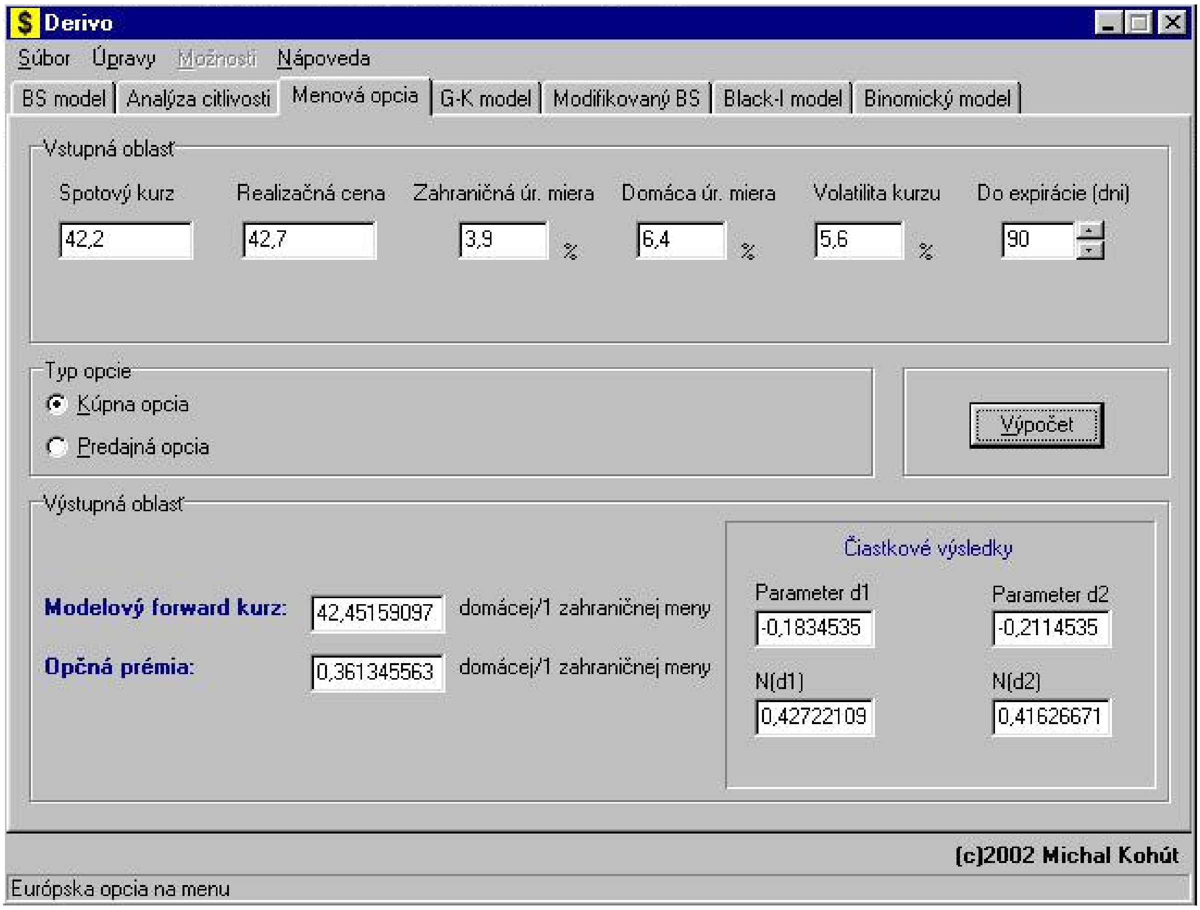
Firma Alfa a.s. nakúpila v Nemecku tovar za 45 000 EUR, za ktorý musí zaplatiť o 3 mesiace. Súčasný spotový kurz je 1 EUR = 42,2 SKK. Alfa a.s. sa obáva, že koruna v nasledujúcom období oslabí, a keďže nechce kúpiť EUR už dnes, ale až o 3 mesiace, rozhodla sa pre kúpu európskej kúpnej opcie. Realizačná cena opcie je 1 EUR= 42,7 SKK. Aktuálna úroková miera v Nemecku je 3,9 % p.a., a v SR 6,4 % p.a. Volatilita kurzu SKK/EUR je 5,6 %.

Vypočítajte, aký bude spotový kurz SKK/EUR o tri mesiace a určite hodnotu spravodlivej opčnej prémie na jedno EURO v momente jej uzavretia s využitím programu DERIVO!

Riešenie:

Do rámika „Vstupná oblasť" dosadíme postupne za spotový kurz - 42,2, za realizačnú cenu- 42,7, za zahraničnú úrokovú mieru - 3,9, za domácu úrokovú mieru – 6,4, za volatilitu kurzu- 5,6. Do políčka „Do expirácie" - 90. V rámiku typ opcie, označíme prepínač „Kúpna opcia" a klikneme na tlačidlo „Výpočet".

Údaje vo výstupnej oblasti sú nasledovné: Modelový spotový kurz platný o 3 mesiace by mal byť – 42,45 SKK/EUR. Výška spravodlivej opčnej prémie je 0,36135 SKK/EUR po zaokrúhlení. Čiastkové výsledky pre ručné prerátanie sú k dispozícii v oblasti „Čiastkové výsledky ", tak ako to vidieť na zmienenom obrázku 2.5.



Obr. 2.5.: Riešený príklad č.7.

Pre výpočet modelového forwardového kurzu bol použitý vzťah (33), pre výpočet opčnej prémie vzťahy (29), (31) a (32) z podkapitoly 1.4.4. a prevodná funkcia (53) z podkapitoly 1.6.1.

V prípade predajnej opcie na menu, by mohlo zadanie vyzerať nasledovne:

Príklad č.8

Slovenská firma HEJ očakáva tržby za dodaný tovar do zahraničia vo výške 12 000 USD o 3 mesiace.. V súčasnosti je kurz 47,5 SKK/USD. Verí v silu a zhodnotenie slovenskej koruny resp. očakáva, že dolár bude klesať, a tak sa rozhodla pre kúpu európskej predajnej opcie na USD. Realizačná cena opcie je 1 USD= 47,1 SKK. Aktuálna úroková miera v USA je 2,9 % p.a. a v SR 4,1 % p.a. Volatilita kurzu SKK/USD je 4,2 %.

Vypočítajte, aký bude modelový spotový kurz SKK/USD o tri mesiace a určite hodnotu spravodlivej opčnej prémie na jeden dolár v momente jej uzavretia s využitím programu DERIVO!

Riešenie:

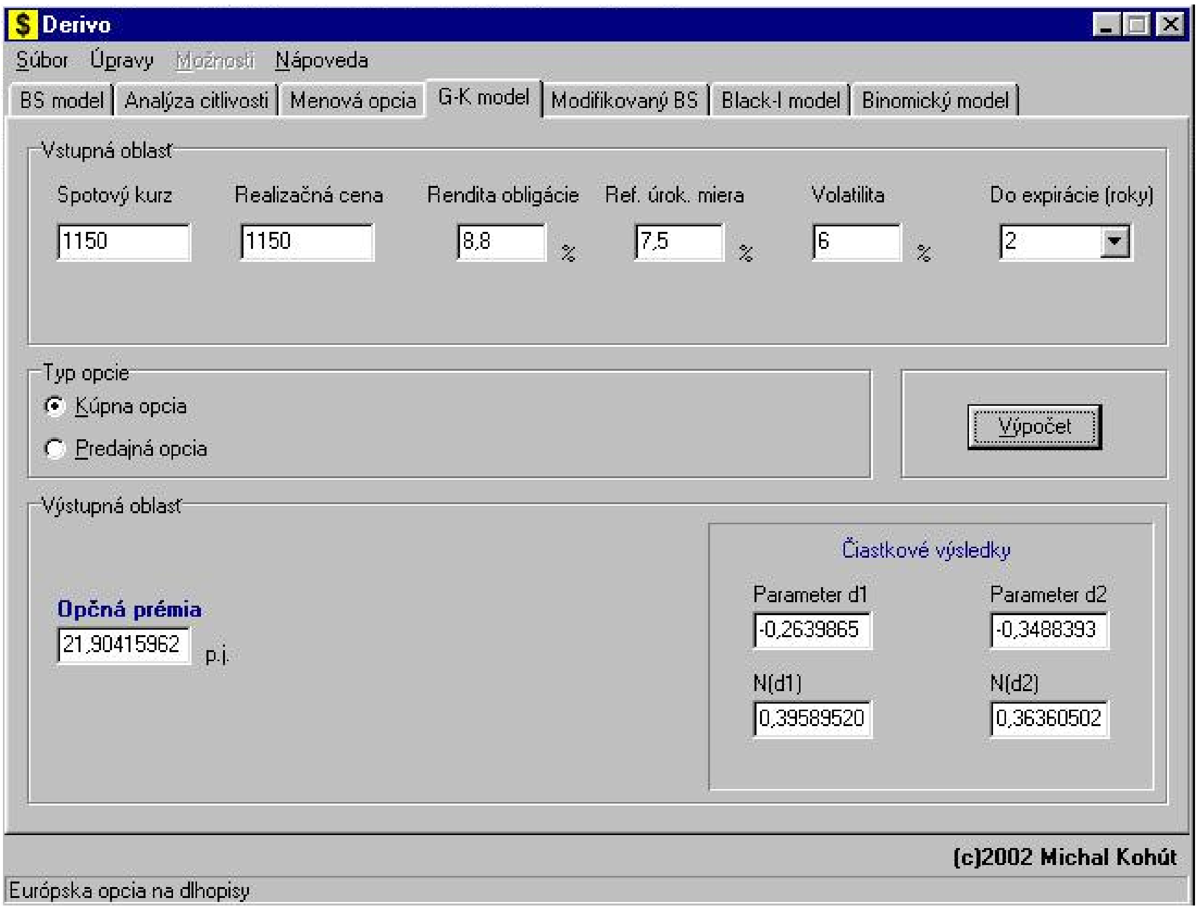
Do rámika „Vstupná oblasť" dosadíme postupne za spotový kurz- 47,5, za realizačnú cenu- 47,1, za zahraničnú úrokovú mieru- 2,9, za domácu úrokovú mieru- 4,1, za volatilitu kurzu- 4,2. Do políčka „Do expirácie"- 90. V rámiku typ opcie, označíme prepínač „Predajná opcia" a klikneme na tlačidlo „Výpočet".

Údaje vo výstupnej oblasti sú nasledovné: Modelový spotový kurz platný o 3 mesiace by mal byť – 47,63 SKK/USD. Výška spravodlivej opčnej prémie je 0,1813 SKK/USD po zaokrúhlení. Čiastkové výsledky pre ručné prerátanie, sú taktiež k dispozícii v oblasti „Čiastkové výsledky ".

Pre výpočet modelového forwardového kurzu bol použitý vzťah (33), pre výpočet opčnej prémie vzťahy (30), (31) a (32) z podkapitoly 1.4.4. a prevodná funkcia (53) z podkapitoly 1.6.1.

2.4.5. Aplikovanie Garmanovho-Kohlhagenovho modelu na dlhopisy

Kliknutím myšou na záložku „G-K model“ sa stane aktívnou záložka na výpočet výšky opčnej prémie európskej opcie na podkladové aktívum - dlhopis, podľa modifikovanej verzie Blackovho-Scholesovho modelu, samozrejme s možnosťou výberu kúpnej alebo predajnej opcie. Na obrázku 2.6. je vidieť riešený príklad č.12 pre kúpnu opciu.



Obr. 2.6.: Riešený príklad č.12 pre kúpnu opciu.

Príklad č. 12

Na burzovom trhu sa nachádzajú dvojročné podnikové obligácie firmy Tornádo a.s. Súčasný kurz je 1150 Sk, realizačná cena opčného kontraktu je tiež 1150 Sk. Výnosnosť obligácie je 8,8 % p.a., bezriziková úroková miera je 7,5%. Nezávislý analytik určil prvotnú volatilitu na úrovni 6 %.

Za pomoci programu DERIVO vypočítajte teoretickú výšku opčnej prémie pre kúpnu a predajnú opciu na jednu obligáciu!

Riešenie:

Do rámika „Vstupná oblasť“ dosadíme postupne za spotový kurz- 1150, za realizačnú cenu- 1150, za renditu obligácie- 8,8, za referenčnú úrokovú mieru- 7,5, za volatilitu kurzu- 6. Do políčka „Do expirácie“- 2. V rámiku typ opcie, označíme prepínač „Kúpna opcia“ a klikneme na tlačidlo „Výpočet“.
Je zrejmé, že cena kúpnej opcie je 21,90 Sk. Zmena prepínača „Kúpna opcia“ na „Predajná opcia“ vypočíta teoretickú hodnotu predajnej „put“ opcie, čo je 47,31 Sk. Čiastkové výsledky pre ručné prerátanie, sú taktiež k dispozícii v oblasti „Čiastkové výsledky “.

Pre výpočet opčnej prémie „call“ boli použité vzťahy (34), (36) a (37) z podkapitoly 1.4.6 a pre prepočet „put“ vzťahy (35), (36) a (37) z tej istej podkapitoly. Taktiež bola použitá prevodná funkcia (53) z podkapitoly 1.6.1.

2.4.6. Aplikovanie modelu európskej opcie na futuritu

Kliknutím myšou na záložku „Modifikovaný model“ sa stane aktívnou záložka na výpočet výšky opčnej prémie európskej opcie na podkladové aktívum - futuritu, podľa modifikovanej verzie Blackovho-Scholesovho modelu v podmienkach nemeckej termínovej burze (DTB), samozrejme s možnosťou výberu kúpnej alebo predajnej opcie. Na obrázku 2.7. je vidieť riešený príklad č.13 pre kúpnu opciu.

Príklad č. 13:

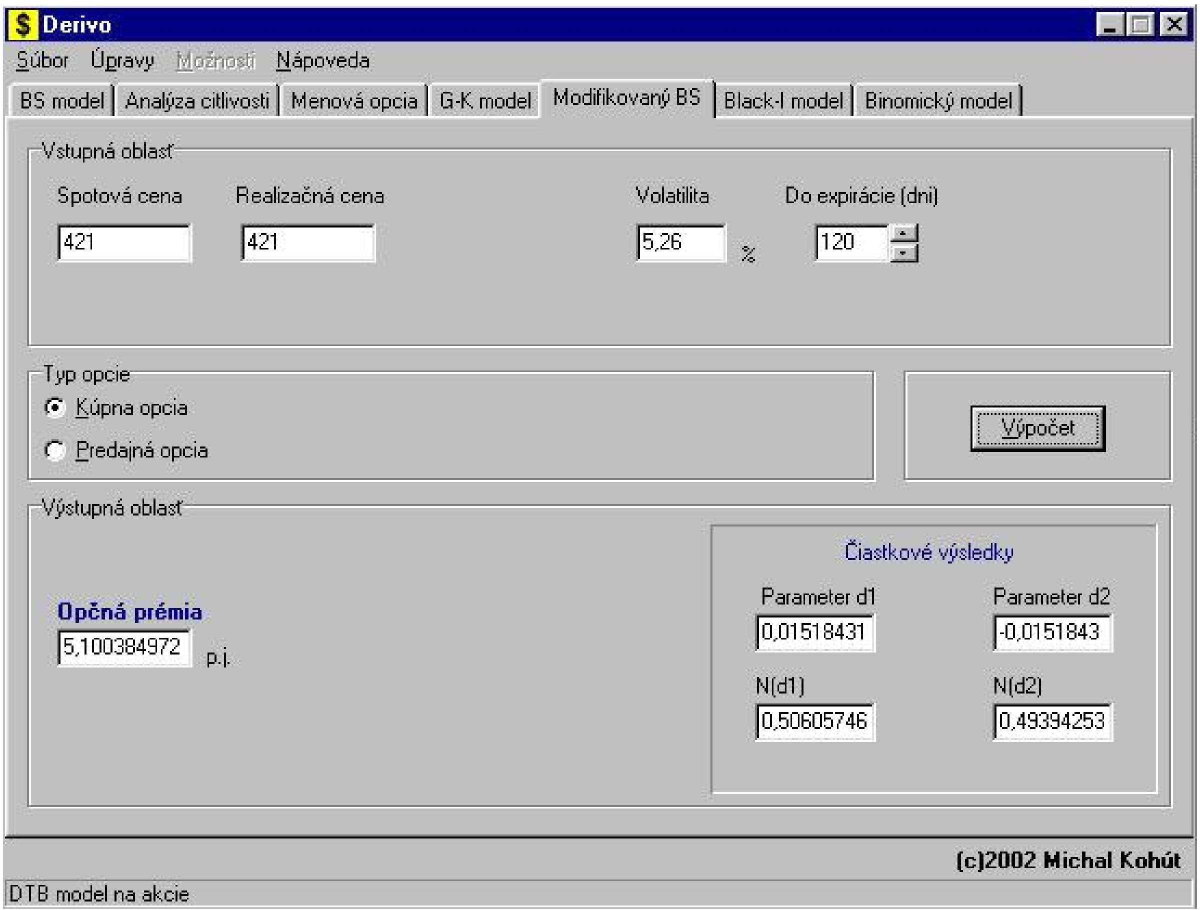
Na nemeckej termínovej burze sa nachádzajú opcia na komoditnú futuritu. Spotová cena je 421 EUR, realizačná cena opčného kontraktu je 421 EUR. Volatilita kurzu je na úrovni 5,26 %, opčný kontrakt má vypršať o štyri mesiace.

Za pomoci programu DERIVO vypočítajte teoretickú výšku opčnej prémie pre kúpnu a predajnú opciu na futuritu!

Riešenie:

Do rámika „Vstupná oblasť" dosadíme postupne za spotovú cenu- 421, za realizačnú cenu- 421, za volatilitu kurzu- 5,26. Do políčka „Do expirácie"- 120. V rámiku typ opcie, označíme prepínač „Kúpna opcia" a klikneme na tlačidlo „Výpočet".

Je zrejmé, že cena kúpnej opcie je 5,10 EUR. Zmena prepínača „Kúpna opcia" na „Predajná opcia" vypočíta teoretickú hodnotu predajnej opcie, čo je tiež 5,1 EUR. Čiastkové výsledky pre ručné prerátanie sú taktiež k dispozícii v oblasti „Čiastkové výsledky ".

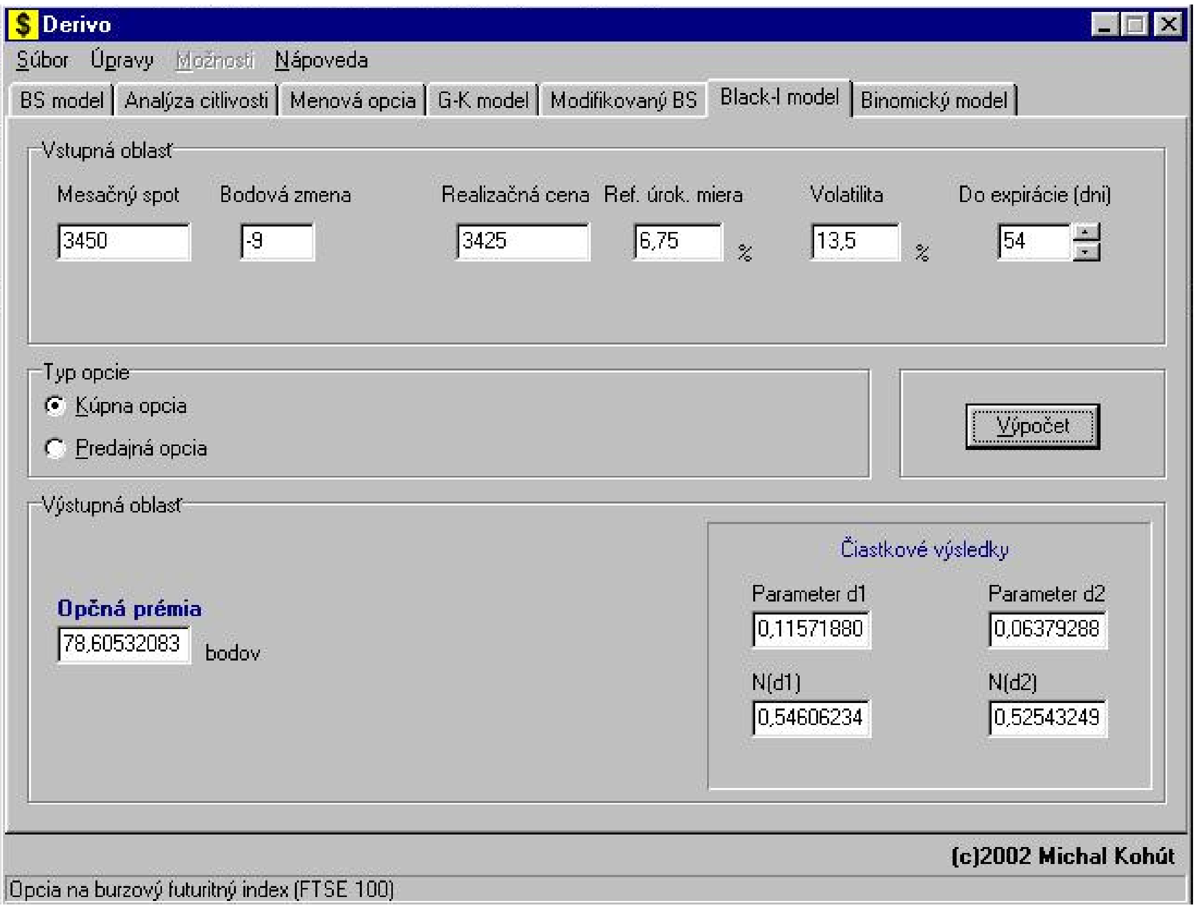


Obr. 2.7.: Riešený príklad č.13

Pre výpočet opčnej prémie „call" boli použité vzťahy (38), (40) a (41) z podkapitoly 1.4.6 a pre prepočet „put" vzťahy (39), (40) a (41) z tej istej podkapitoly. Taktiež bola použitá prevodná funkcia (53) z podkapitoly 1.6.1.

2.4.7. Aplikovanie na burzový futuritný index (FTSE 100)

Kliknutím myšou na záložku Black-I model sa stane aktívnou záložka na výpočet výšky opčnej prémie a čiastkových výsledkov burzového futuritného indexu FTSE 100 podľa modifikovanej verzie Blackovho-Scholesovho modelu, samozrejme s možnosťou výberu kúpnej alebo predajnej opcie. Na obrázku 2.8. je vidieť riešený príklad č.12.



Obr. 2.8.: Riešený príklad č.12 pre kúpnu opciu.

Príklad č.12:

Počas obchodovania v pondelok 25. Septembra 1995 zostal FTSE 100 Index na hodnote 3425. V tom istom čase v decembri 1995 bol FTSE 100 Index obchodovaný na úrovni 3450 (mesačný spot). Bodová zmena medzi novembrom a decembrom bola nastavená na 9 indexových bodov. Hodnota implicitnej novembrovej futurity bola preto 3441 (mesačný spot plus bodová zmena). Volatilita tejto implicitnej novembrovej futurity bola 13,5%. Úroková miera bola 6,75% p.a..

Pomocou programu DERIVO vypočítajte teoretickú hodnotu novembrovej „call“ futurity. Tento prepočet uskutočnite aj pre „put“ futuritu!

Riešenie:

Do rámika „Vstupná oblasť“ dosadíme postupne za mesačný spot- 3450, za bodovú zmenu číslo „-9“, za realizačnú cenu- 3425, za referenčnú úrokovú mieru- 6,75, za volatilitu kurzu- 13,5. Do políčka „Do expirácie“- 54. V rámiku typ opcie, označíme prepínač „Kúpna opcia“ a klikneme na tlačidlo „Výpočet“.

Údaje vo výstupnej oblasti sú nasledovné: výška teoretickej opčnej prémie „call“ je 78,6 indexových bodov. Zmena prepínača „Kúpna opcia“ na „Predajná opcia“ vypočíta teoretickú hodnotu novembrovej predajnej „put“ futurity t.j. výška opčnej prémie „put“ je 62,76 indexových bodov.

Čiastkové výsledky pre ručné prerátanie sú taktiež k dispozícii v oblasti „Čiastkové výsledky“.

Pre výpočet opčnej prémie „call“ boli použité vzťahy (42), (44) a (45) z podkapitoly 1.4.6 a pre prepočet „put“ vzťahy (43), (44) a (45) z tej istej podkapitoly. Taktiež bola použitá prevodná funkcia (53) z podkapitoly 1.6.1.

2.4.8. Aplikovanie binomického modelu

Kliknutím myšou na záložku „Binomický model“ sa stane aktívnou záložka na výpočet výšky opčnej prémie, logických hraníc a čiastkových výsledkov podľa jednoperiodického binomického modelu, samozrejme s možnosťou výberu kúpnej alebo predajnej európskej opcie[1]. Na obrázku 2.9. je vidieť riešený príklad č.13.

Príklad č.13

Pokračovanie príkladu č.1. Americká firma MCBP sa rozhodla, že chce kúpiť akcie rozvíjajúcej sa konkurenčnej firmy AMTRADE. Obáva sa, že ceny týchto akcií budú rásť v dôsledku dobrej ekonomickej situácie spoločnosti na trhu. Vzhľadom na momentálny nedostatok likvidných prostriedkov sa MCBP rozhodla pre opčný kontrakt. Aktuálny spotový kurz týchto akcií je 220 USD za jednu akciu. Na burze sa ponúkajú európske kúpne opcie na uvedené akcie pri realizačnej cene 225 USD s termínom dodania o 120 dní. Alternatívna

[1] Tento model je použiteľný aj pre ohodnocovanie amerických opcií na akcie s nízkou volatilitou.

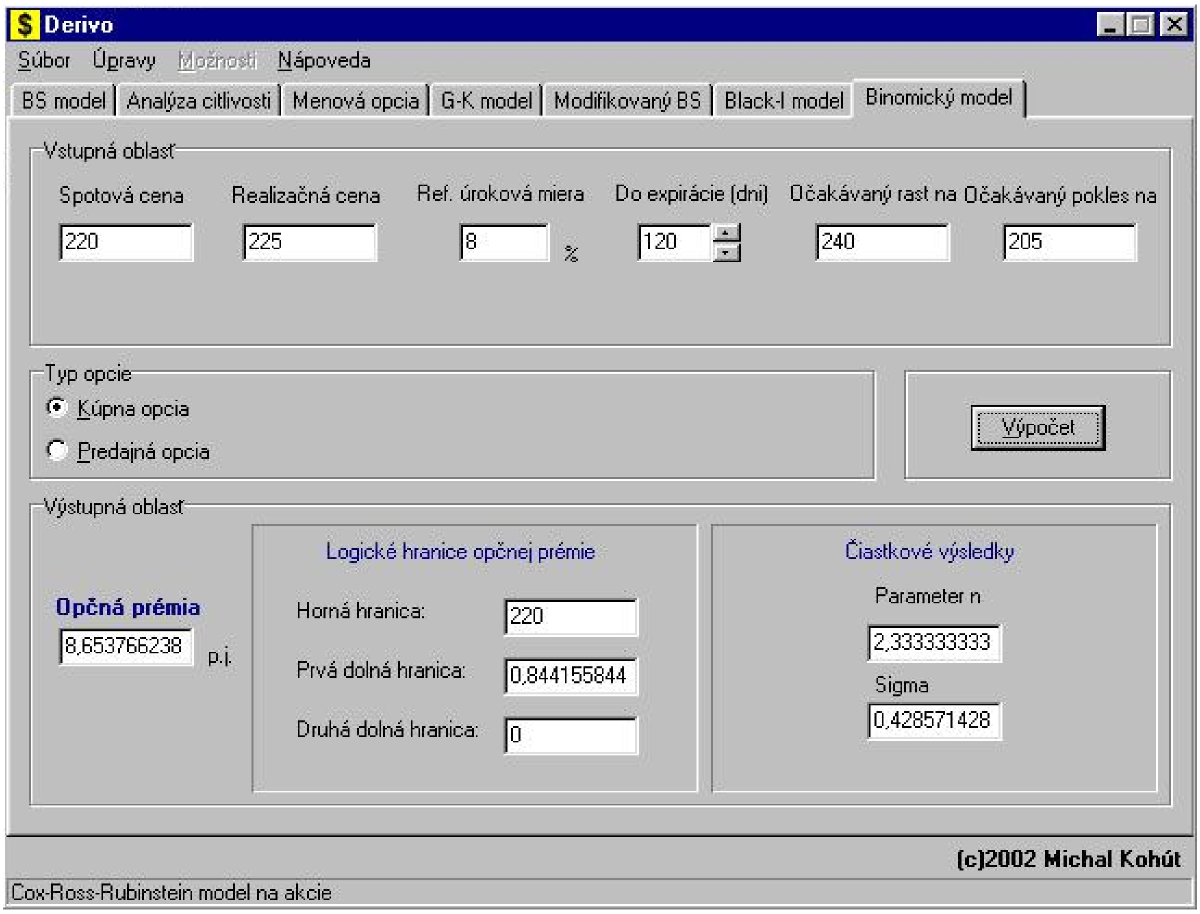
bezriziková investícia sa dá realizovať pri 8 % p.a. Optimistický variant hovorí, že v prípade rastu trhu by mala vzrásť cena akcie na 240 USD a pesimistický, v prípade poklesu trhu, by mala cena akcie v čase expirácie klesnúť na 205 USD.

S pomocou programu DERIVO vypočítajte logické hranice opčnej prémie a výšku opčnej prémie pre tento kontrakt na jednu akciu. Využite metodiku jednoperiodického binomického modelu!

Riešenie:

Do rámika „Vstupná oblasť" dosadíme postupne za spotovú cenu- 220, za realizačnú cenu- 225, za ref. úrokovú mieru- 8. Do políčka „Do expirácie" zadáme číslo 120, do políčka „Očakávaný rast" číslo 240, do políčka „Očakávaný pokles" číslo 205. V rámiku typ opcie, označíme prepínač „Kúpna opcia" a klikneme na tlačidlo „Výpočet".

Údaje vo výstupnej oblasti sú nasledovné: logické hranice opčnej prémie sú v intervale <0,84 až 220> USD, opčná prémia po zaokrúhlení je 8,65 USD. Nachádza sa v intervale logických hodnôt. Čiastkové výsledky pre ručné prerátanie sú k dispozícii v oblasti „čiastkové výsledky".



Obr. 2.9.: Riešený príklad č.13

Pre výpočet logických hraníc opčnej prémie boli použité vzťahy (1), (2) a (3) z podkapitoly 1.3., a pre výpočet opčnej prémie vzťahy (46), (47) a (48) z podkapitoly 1.5.

V príklade č.1 má európska kúpna opcia hodnotu v momente uzavretia kontraktu 6,53 USD. V jeho pokračovaní v podobe binomického modelu je výška opčnej prémie 8,65 USD. Rozdiely treba vidieť v rôznej metodike výpočtu tj. vo fakte, že binomický model počíta s očakávanými kurzami v momente expirácie, s diskrétnou zmenou kurzu, zatiaľ čo Blackov-Scholesov model vychádza z plynulej zmeny kurzu a z použitia distribučnej funkcie normálneho rozdelenia pravdepodobnosti.

Výpočet európskej predajnej opcie s využitím jednoperiodického binomického modelu:

Príklad č.14:

Pokračovanie príkladu č.2. Na burze sa predáva európska predajná opcia na akciu americkej spoločnosti AMTRADE. Spotová cena tejto akcie je na úrovni 215 USD za jednu akciu. Opcia ma realizačnú cenu 220 USD, s termínom expirácie od dnešného dňa o 2 mesiace. Referenčná úroková miera je na úrovni 7,5%. Optimistický variant hovorí, že v prípade rastu trhu by mala vzrásť cena akcie na 250 USD a pesimistický, že v prípade poklesu trhu by mala cena akcie v čase expirácie klesnúť na 195 USD.

Za pomoci programu DERIVO s využitím jednoperiodického binomického modelu, vypočítajte logické hranice opčnej prémie a dnešnú teoretickú hodnotu opčnej prémie pre tento kontrakt na jednu akciu.

Riešenie:

Do rámika „Vstupná oblasť“ dosadíme postupne za spotovú cenu- 215, za realizačnú cenu- 220, za ref. úrokovú mieru- 7,5%. Do políčka „Do expirácie“ zadáme číslo 60, do políčka „Očakávaný rast na“ číslo 240, do políčka „Očakávaný pokles na“ číslo 205.V rámiku typ opcie, označíme prepínač „Predajná opcia“ a klikneme na tlačítko „Výpočet“.

Údaje vo výstupnej oblasti sú nasledovné: logické hranice opčnej prémie sú v intervale < 2,28 až 217,28> USD, opčná prémia po zaokrúhlení je 7,185 USD. Nachádza sa v intervale logických hodnôt. Čiastkové výsledky pre ručné prerátanie sú k dispozícii v oblasti „Čiastkové výsledky “.

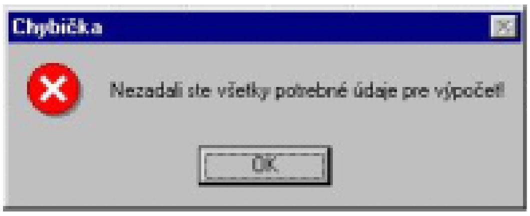
Pre výpočet logických hraníc opčnej prémie boli použité vzťahy (4), (5) a (6) z podkapitoly 1.3., a pre výpočet opčnej prémie vzťahy (49), (50) a (51) z podkapitoly 1.5.

2.5. Doplnkové charakteristiky aplikácie DERIVO

DERIVO poskytuje niektoré vedľajšie voľby rozširujúce jeho základné funkcie, vykonáva kontrolu vstupných parametrov, ako aj priebežnú kontrolu čiastkových výsledkov.

Doplnkové charakteristiky sa dajú zhrnúť nasledovne:

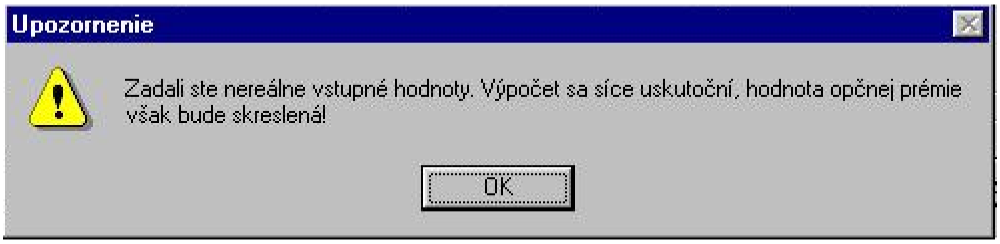
- Keďže podstatou všetkých aplikovaných modelov je základný Blackov-Scholesov model resp. binomický model, program ošetruje (formou chybovej hlášky) zadávanie nulových („Ref. úroková miera“ môže byť nulová), záporných, prípadne nezadanie povinných, vstupných parametrov užívateľom, čo môže mať za následok nasledovné chybové hlásenie, obr.2.10.



Obr.2.10.: Reakcia programu na nezadanie všetkých vstupných hodnôt užívateľom.

- Vstupné dáta môžu mať najviac rozsah deväťmiestneho čísla a percentuálne hodnoty nanajvýš šesťmiestneho, z dôvodu reálnych podmienok opčných kontraktov.
- Percentuálne vstupné hodnoty môžu dosahovať maximálne 100%.
- Program implicitne počíta s 360 dňovým rokom, u Black-I modelu je to 365 dňový rok.
- Program testuje, či nebola prekročená expertným odhadom určená hodnota +/-4 pre parametre d1 a d2. Ak áno, aplikácia výpočet uskutoční, ale upozorní na nereálnosť zadania (obr. 2.11).

- Program testuje, či výsledok neprekročil logické hranice opčnej prémie. Ak áno, upozorní na to varovnou hláškou, ako to vidieť na obrázku č.2.11.



Obr. 2.11.: Reakcia programu na chybne zadané údaje užívateľom.

- V analýze citlivosti sú vyhodnotené interpretované údaje dostupné pre akýkoľvek textový editor k prekopírovaniu. Expertným odhadom je pozícia parametra delta určená nasledovne: od 0-20% pozícia „hlboko mimo peňazí“, 20% až 40% „mimo peňazí“, 40% až 60% „na peniazoch“, 60% až 80% „v peniazoch“, a 80% až 100% „hlboko v peniazoch“ (so znamienkom mínus u predajných opcií).
- Niektoré obslužné operácie (kopírovanie, ukončenie práce, nápoveda) sú dostupné v hlavnom menu aplikácie.
- Základné informácie o aplikácii DERIVO sa užívateľ môže dozvedieť z ponuky hlavného menu „O programe“.
- U binomického modelu, ktorý nevyužíva Blackovu-Scholesovu metodiku, program testuje hodnoty optimistickej a pesimistickej predpovede budúceho kurzu, aby sa zabránilo deleniu nulou, tj. optimistická a pesimistická predpoveď kurzu nemôže byť rovnaká, a ani pesimistická nemôže byť lepšia ako optimistická.

Uvedené charakteristiky spríjemňujú prácu s programom, obohacujú jeho funkcie a zabraňujú najmä matematickým a logickým chybám pri výpočte. Rozumnou manipulácio a zadávaním korektných vstupných dát, by nemalo dôjsť k poškodeniu programu, a ani k aktivácii akýchkoľvek chybových hlásení.

ZÁVER

DERIVO je jednoduchý program, vyvinutý za účelom stanovenia spravodlivej výšky opčnej prémie za základe zadaných vstupných údajov užívateľom**.** Aplikácia pracuje so všetkými modelmi popísanými v prvej kapitole referenčnej príručky. Prácne výpočty, vykonávané ručne, DERIVO uskutoční za zlomok sekundy, v analýze citlivosti aj slovne interpretuje. DERIVO poskytuje niektoré vedľajšie voľby rozširujúce jeho základné funkcie, vykonáva kontrolu vstupných parametrov, ako aj priebežnú kontrolu čiastkových výsledkov, čo je samo o sebe prínosom do metodiky výpočtov. Ovládanie programu je koncipované tak, aby všetky potrebné úkony boli dostupné pomocou myši a klávesnice.

Veľkosť odozvy bude dôležitá pre ďalší vývoj aplikácie. DERIVO môže byť postupne dopĺňaný o nové charakteristiky, ako napr. o grafickú interpretáciu výsledkov, aplikovanie ďalších modelov, lokalizáciu do cudzích jazykov, tlač, prácu so súbormi a pod.

POUŽITÁ LITERATÚRA:

Knižné zdroje:

1. BLAHA, Z.S. - JINDŘICHOVSKÁ, J.: *Opce, swapy a futures – deriváty finančního trhu.* Praha: Management Press, 1994. ISBN 80-85603-80-2
2. DVOŘÁK, P.: *Finananční deriváty*. Praha: VŠE, 1998.
3. GEMMILL, G.: *Options pricing.* London : MacGraw-Hill Book Co., 1993.
4. CHOVANCOVÁ, B. - JANKOVSKÁ, A. - HÁJNIKOVA, J. - MAJCHAR, M. - ŠTURC, B.: *Finančný trh*. Bratislava : EUROUNION, 1999. ISBN 80-88984-03-3
5. KADLEC, V.: *Učíme se programovat v Delphi a jazyce Object Pascal*. Praha: Computer Press, 2001. ISBN 80-7226-245-9
6. PAVLÁT, V - KOHOUTOVA, V., - SCHUMAN, J.: *Finanční opce*. Praha : Magnet-Press, 1994.
7. PINDA, Ľ.: *Deriváty cenných papierov*. Bratislava: Iura Edition, 2001. ISBN 80-88715-98-9
8. PÍSEK, S.: *Začínáme programovat v Delphi*. Praha: Grada Publishing, 2000. ISBN 80-247-9008-4

Časopisecké zdroje:

1. VLACHYNSKÝ, K. - MARKOVIČ, P.: Finančné inžinierstvo. *Finančný radca 1-2 2000.* Bratislava: ICP, 2000. ISSN 1335-3861

Internet:

1. http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda36.htm
2. http://www.liffe.com/liffeinvestor/introduction/start/models/european.htm